

Del B	Uppgift 1-6. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 7-15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	150 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 67 poäng varav 23 E-, 24 C- och 20 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 18 poäng

D: 27 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 35 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå

B: 46 poäng varav 7 poäng på A-nivå

A: 55 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

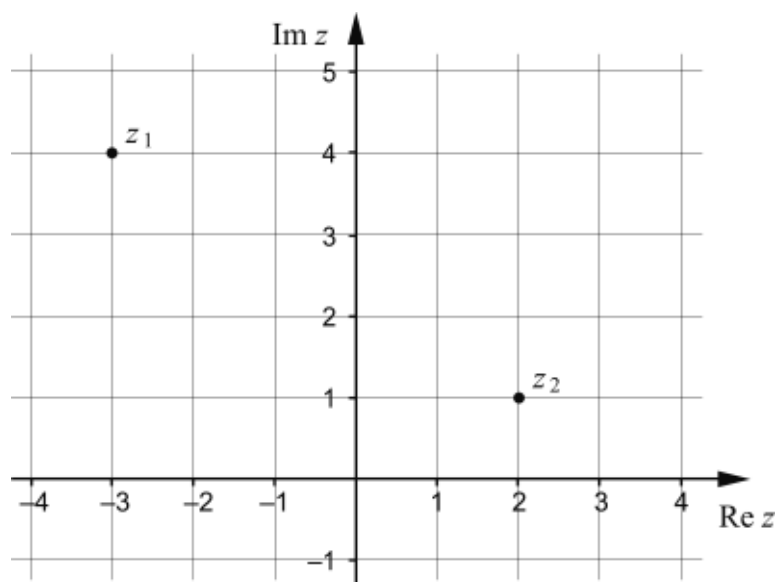
Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Derivera

a) $f(x) = \sin 2x$ _____ (1/0/0)

b) $g(x) = (4x+1)^5$ _____ (1/0/0)

2. Figuren visar ett komplext talplan där talen z_1 och z_2 är markerade.

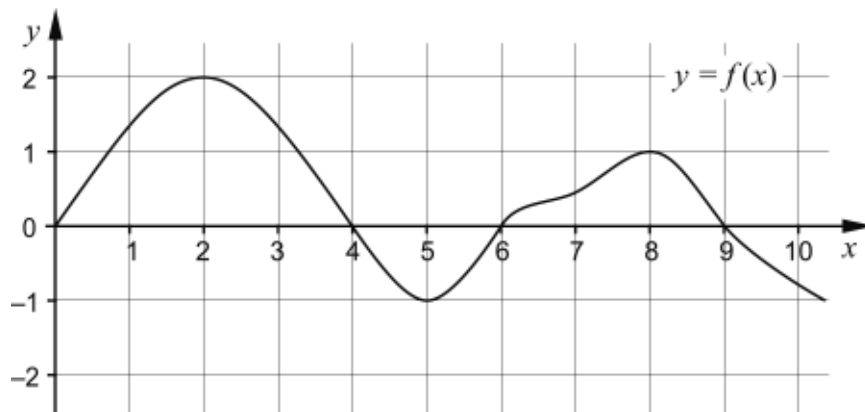


a) Bestäm \bar{z}_2 _____ (1/0/0)

b) Bestäm $z_1 + z_2$ _____ (1/0/0)

3. Ange den lodräta asymptoten till $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$ _____ (1/0/0)

4. Figuren visar grafen till funktionen f .



För vilket värde på a i intervallet $0 \leq a \leq 10$ antar

$\int_0^a f(x) dx$ sitt största värde? _____ (0/1/0)

5. För vilka vinklar i intervallet $0^\circ < \nu < 90^\circ$ gäller att $\sin 3\nu < \frac{1}{2}$?

_____ (0/1/1)

6. Ange en kontinuerlig funktion f som är definierad för alla x och har värdemängden $-1 \leq f(x) \leq 7$

_____ (0/0/1)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

7. Några elever har fått i uppgift att beräkna $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

Agnés får svaret e

Ingela får svaret 0

Kerstin får svaret 1

Har någon av dem räknat rätt? Motivera ditt svar. (2/0/0)

8. För två komplexa tal z_1 och z_2 gäller att:

- $z_1 \cdot z_2 = 7 + i$
- $z_1 = 3 - i$

Bestäm z_2 på formen $a + bi$ (2/0/0)

9. a) Visa att $\cos^2 x \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 1 \right) = 1$ för alla x där uttrycken är definierade. (2/0/0)

b) Visa att $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x - \sin x$ (0/2/0)

10. Lös ekvationen $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (1/1/0)

11. För funktionen f gäller att $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$
- a) Ange asymptoterna till funktionen f *Endast svar krävs* (1/1/0)
- b) Skissa grafen till funktionen f och dess asymptoter. (0/2/0)
- c) Lös olikheten $|f(x)| > 3$ där $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ (0/0/2)
12. Ekvationen $z^p = i$ ska undersökas för olika värden på heltalet p .
För vissa värden på heltalet p är $z_1 = \cos 9^\circ + i \sin 9^\circ$ en lösning till ekvationen $z^p = i$
- a) Visa att detta gäller för $p = 50$, det vill säga visa att z_1 är en lösning till $z^{50} = i$ (0/2/0)
- b) Bestäm alla heltalsvärden på p för vilka z_1 är en lösning till ekvationen $z^p = i$ (0/0/2)
13. För polynomet p gäller att $p(z) = z^5 + 4z^3 - 2z^2 - 8$
- a) Visa att $(z^2 + 4)$ är en faktor i polynomet p . (0/2/0)
- b) Lös ekvationen $z^5 + 4z^3 - 2z^2 - 8 = 0$ (0/1/2)
14. Beräkna $\int_0^{\pi/6} (2 \sin x + 5) \cos x \, dx$ (0/0/2)

15. Lasse och Niklas ska lösa följande uppgift:

Undersök om funktionen $f(x) = \frac{1}{2x-5}$ antar något största värde då $x \geq 0$

Lasse löser uppgiften så här:

$$f(x) = \frac{1}{2x-5}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{(2x-5)^2} < 0 \text{ för alla } x.$$

Då är f avtagande och har sitt största värde i den vänstra ändpunkten, d.v.s. för $x=0$.

$$f(0) = -\frac{1}{5}$$

Svar: Det största värdet är $-\frac{1}{5}$

Niklas säger att Lasses svar är fel eftersom funktionen kan anta större värden än $-\frac{1}{5}$. Till exempel antar funktionen värdet 1 då $x=3$

Utred vilket fel Lasse gör i sin lösning och lös den givna uppgiften.

(0/0/3)