Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{}$, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, x, y, $(\ )$, $[\ ]$, $\int$, $\mathrm{d}x$, gradtecken, index, lim, VL, HL, $\sin v$, $\sin^2 v$
Termer	t.ex. komplext tal, komplext talplan, real-/imaginärdel, polär/rektangulär form, absolutbelopp, argument, konjugat, reell/komplex rot, enhetscirkel, period, amplitud, fasförskjutning, radian, ekvation, funktion, funktionsvärde, definitionsmängd, värdemängd, koefficient, nollställe, skärningspunkt, graf, asymptot, derivata, andraderivata, förändringshastighet, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, växande, avtagande, integral, integrationsgräns, primitiv funktion, längd-/area-/volymenhet, rotationskropp, intervall, sannolikhetsfördelning, normalfördelning, täthetsfunktion, standardavvikelse, polynomdivision, differentialekvation, begynnelsevillkor
Hänvisningar	t.ex. till de Moivres formel, avståndsformeln, faktorsatsen, enhetscirkeln, trigonometriska formler, deriveringsregler, kedjeregeln, figur
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabell, angivna enheter

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 61 poäng varav 21 E-, 23 C- och 17 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 31 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($f'(x) = 4\cos 4x - \sin x$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($f'(x) = 2e^x + 2xe^x$)	+1 E_P
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (7)	+1 E_B
3.		**Max 2/1/0**
a)	Godtagbart svar ($\bar{z}_1 = -3 - 4i$)	+1 E_B
b)	Godtagbart markerad punkt (t ex $z_2 = 1 + 2i$)	+1 E_B
c)	Godtagbart markerad punkt (t ex $z_3 = -3 - i$)	+1 C_B
4.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($A = 8$)	+1 E_{PL}
5.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar ($2p^2 - 1$)	+1 C_{PL}
6.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (5)	+1 A_B
7.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (t ex $z^3 = -8i$)	+1 A_{PL}
	Kommentar: En korrekt ekvation i faktorform godtas.	

8. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (Alternativ A: $x = 0$ och G: $y = x - 3$) $+1\ \mathrm{A_P}$

9. **Max 0/0/1**

Godtagbart skissad graf $+1\ \mathrm{A_B}$

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, tecknar $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\cos x \,\mathrm{d}x$ $+1\ \mathrm{E_{PL}}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\sqrt{3}$) $+1\ \mathrm{E_{PL}}$

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex skriver om nämnaren i VL med trigonometriska ettan $+1\ \mathrm{E_R}$

med ett i övrigt enkelt resonemang som visar att likheten gäller $+1\ \mathrm{E_R}$

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, t ex bestämmer derivatans nollställe korrekt $+1\ \mathrm{E_P}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 1$, maximipunkt) $+1\ \mathrm{E_R}$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 $+1\ \mathrm{C_K}$

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex sätter in värden korrekt i de Moivres formel $+1\ \mathrm{E_P}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (-9) $+1\ \mathrm{E_P}$

14. **Max 1/2/0**

Godtagbar ansats, t ex inser att $x-3$ är en faktor i polynomet +1 E_B

med godtagbar fortsättning, t ex genomför polynomdivisionen och tecknar ekvationen $x^2+3x+4=0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x=-1,5\pm i\sqrt{1,75}$) +1 C_P

Kommentar: Svaret $x=-1,5\pm\sqrt{-1,75}$ anses inte godtagbart.

15. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t ex korrekt insättning av roten med korrekt förenkling *eller* kommer fram till uttrycket $(x-(1+i\sqrt{3}))\cdot(x-(1-i\sqrt{3}))$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a=-2$ och $b=4$) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t ex bestämmer $f'(x)$ korrekt +1 C_P

med godtagbar fortsättning, t ex bestämmer a så att $f'(1)=0$ +1 C_R

med ett i övrigt välgrundat resonemang där minimum verifieras för $x=1$ när $a=4$ +1 C_R

17. **Max 0/1/1**

a) Välgrundat resonemang om att arean under grafen ger ett negativt bidrag till integralen med slutsatsen att integralen antar sitt minsta värde för $t=6\pi$ +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Välgrundat och nyanserat resonemang om att g:s värde går från positivt till negativt men inte når upp till positivt värde igen med slutsatsen att g har ett och endast ett nollställe +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 0/1/2**

a) Godtagbar lösning som leder till att $f'(x) = -x\sin x$ +1 C_P

b) Godtagbar ansats, t ex bestämmer korrekt primitiv funktion +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1) +1 A_P

19. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, visar att $p(x)$ har minst ett reellt nollställe *eller* att $p(x)$ har högst ett reellt nollställe +1 A_R

med ett i övrigt godtagbart resonemang som visar att $p(x)$ har exakt ett reellt nollställe +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

20. **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, bestämmer minst en av konstanterna A, B eller k +1 E_B

med godtagbar fortsättning, bestämmer minst två av konstanterna A, B eller k +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t ex $A = 23$, $B = 106$ och $k = 5{,}2$) +1 C_B

21. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart svar ($x = 6{,}72$) +1 E_P

b) Korrekt svar (9) +1 E_P

22. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex anger att antalet besökare bestäms av integralen

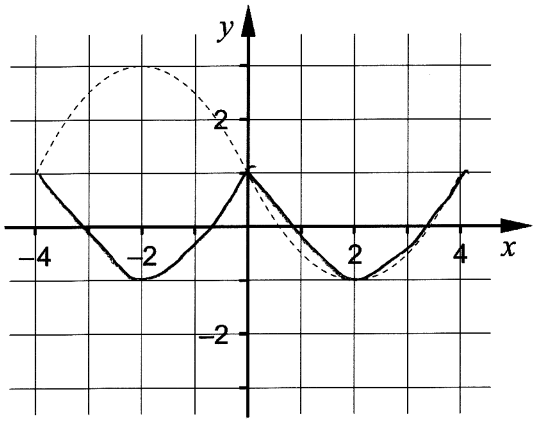
$$\int_0^{120} (280 + (210 + 0{,}583x)\cos\frac{\pi x}{40})\,dx$$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (33 400) +1 E_M

Bedömda elevlösningar

Uppgift 9

Elevlösning 1 (1 A_B)



Kommentar: Skissen är något kantig men visar i grova drag hur den korrekta grafen ser ut. Därmed uppfylls nätt och jämnt kraven för begreppspoäng på A-nivå.

Uppgift 11

Elevlösning 1 (1 E_R)

$$\frac{\sin x}{\tan x\underbrace{(\cos^2 x+\sin^2 x)}_{1}} = \cos x$$

$$\frac{\sin x}{\tan x} = \cos x$$

$$\sin x = \tan x \cdot \cos x$$

$$\sin x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos x$$

Kommentar: Elevlösningen bygger från och med tredje raden på likheten som ska visas. Lösningen bedöms därmed inte uppfylla kravet för den andra resonemangspoängen på E-nivå.

Uppgift 12

Elevlösning 1 (1 E_P och 1 E_R)

$f(x) = \ln x - x \qquad f'(x) = \frac{1}{x} - 1 \qquad x = 1$

$f''(x) = -\frac{1}{x^2} \qquad f''(1) = -\frac{1}{1} = -1$

Svar: Maximipunkt

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation saknas motivering till att $x = 1$ är derivatans nollställe och till varför punkten är en maximipunkt. Dessutom är svaret ofullständigt. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte uppfylls.

Elevlösning 2 (1 E_P, 1 E_R och 1 C_K)

$f(x) = \ln x - x$

$f'(x) = \frac{1}{x} - 1$

$\frac{1}{x} - 1 = 0$

$\frac{1}{x} = 1$

$x = 1$

x	$\frac{1}{2}$	1	2
y	↗		↘

Svar: X koordinaten är 1.
Och är en maxpunkt.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och svaret är korrekt. Gällande kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå trots att teckentabellen är ofullständig. Sammantaget ges lösningen en procedur- och en resonemangspoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (2 C_{PL})

Om $x_1 = 1 + i\sqrt{3}$ är $x_2 = 1 - i\sqrt{3}$

dvs $x = 1 \pm i\sqrt{3}$

enligt pq-formeln är $a = -2$ och

de måste $b = 4$ för att det ska bli $\sqrt{-3}$

i pq-formeln.

Svar: $a = -2$

$b = 4$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften på ett knapphändigt men godtagbart sätt. När det gäller kommunikation är lösningen inte helt lätt att följa och förstå. Det saknas t ex förklaring till slutsatserna om *a* och *b* på raderna 3-5. Därmed bedöms lösningen inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

$x^2 + ax + b = 0 \qquad x = 1 + i\sqrt{3}$

$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 - b} \Rightarrow \left(-\frac{a}{2}\right) = 1$

$\frac{a}{2} = 1 \cdot (-1) = -1$

$a = 2 \cdot (-1) = -2$

$a = -2$

$i\sqrt{3} = \sqrt{\left(-\frac{-2}{2}\right)^2 - b}$

$\left(-\frac{-2}{2}\right)^2 = 1 \qquad \sqrt{3} \cdot i = \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{-3}$

$\sqrt{-3} = \sqrt{1-b}$

$1 - b = -3$

$b = 4$

Svar: $a = -2$

$b = 4$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och leder fram till ett korrekt svar. Gällande kommunikation hade lösningen kunnat vara mer strukturerad men anses ändå möjlig att följa och förstå. Därmed anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng.

Uppgift 17a

Elevlösning 1 (0 poäng)

Först ökar arean, sedan minskar den till $t = 6\pi$.
Då är g som minst.

Kommentar: Elevlösningen innehåller ett resonemang som leder till det korrekta svaret. Dock framgår det inte vad som menas med ”sedan minskar den till $t = 6\pi$ ”. Resonemang om att arean under grafen bidrar negativt till integralen saknas. Därmed uppnås inte resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_R)

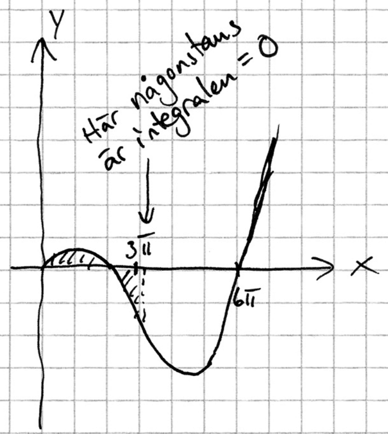
Arean ökar först, sedan äts arean upp av den stora "negativa arean". När den tar slut har $g(t)$ sitt minsta värde. Då är $t = 6\pi$.

Kommentar: Elevlösningen innehåller ett resonemang som leder till det korrekta svaret. Trots flera brister i det matematiska språket visar elevens resonemang på förståelse för hur integralens värde hänger ihop med areor i detta sammanhang. Därmed uppnås nätt och jämnt resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 17b

Elevlösning 1 (0 poäng)

b) Vid nollstället ska alltså $\int_0^t f(x)\,dx = 0$



Det står inget om var eventuella nollställen ligger. Jag kan därför undersöka med blicken var integralen skulle kunna vara noll. Vid drygt $3\pi = t$ ser det ut som. Man kan se att efter det kommer integralen aldrig över noll igen.

Kommentar: Elevlösningen innehåller ett korrekt resonemang som leder fram till en uppskattning av första nollstället. Fortsättningen ”Man kan se…” anses inte tillräcklig för att visa att inga fler nollställen finns. Därmed uppfylls inte kravet på resonemang på A-nivå.

Elevlösning 2 (0 poäng)

b) Nollställen inträffar varje gång den positiva delen blir lika stor som den negativa, alltså när

$$\int_0^{2\pi} f(x)\,dx + \int_{2\pi}^{N} f(x)\,dx = 0 \qquad \text{nollställe} = N$$

Vi ser att areorna över/under är lika då $N \approx 3\pi$.

$$\int_N^{6\pi} f(x)\,dx + \int_{6\pi}^{7\pi} f(x)\,dx \neq 0$$ eftersom arean över x-axeln är mycket mindre.

Vi får 1 nollställe.

Kommentar: Elevlösningen innehåller inledningsvis ett godtagbart resonemang som leder fram till ett korrekt hittat nollställe. Det fortsatta resonemanget mynnar ut i att totala integralen för resten av intervallet inte kan vara noll ”eftersom arean över x-axeln är mycket mindre”. Det saknas dock argument för att andra nollställen kan uteslutas. Därmed uppfylls inte resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 3 (1 A_R)

b) g är 0 då arean över och arean under är lika stora. Vi ser ur grafen att det inträffar strax till höger om 3π. Sedan minskar g och blir alltmer negativ till 6π, då den ökar lite igen. Ökningen är mindre än minskningen varil så g blir inte 0 igen.

g har 1 nollställe

Kommentar: Elevlösningen inleds med att ett korrekt nollställe till g tas fram. Argumentet ”Vi ser ur grafen…” är i sig otillräckligt men får i detta sammanhang tillsammans med den inledande meningen om areor och det korrekt funna nollstället till g anses tillräckligt. Det fortsatta resonemanget visar tydligt att det inte kan finnas fler nollställen än det funna. Sammanfattningsvis visar elevlösningen att det finns ett nollställe och att det inte kan finnas flera. Därmed uppfylls kraven för resonemangspoängen på A-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (2 A_R)

$p'(x) = 3x^2+3$

$3x^2+3=0$

$x^2=-1$

$x=\pm i$ alltså har funktionen inga extrempunkter

$p(0)=-18$ $p(3)=18$ alltså finns exakt ett nollställe

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften på ett knapphändigt men godtagbart sätt. När det gäller kommunikation är lösningen inte helt lätt att följa och förstå. Det saknas genomgående förklaringar till beräkningar och resonemanget som leder till slutsatsen är inte helt tydligt. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R och 1 A_K)

$p'(x) = 3x^2 + 3$

sätt $p'(x) = 0$

$3x^2 + 3 = 0$

$3x^2 = -3$

$x^2 = -1$

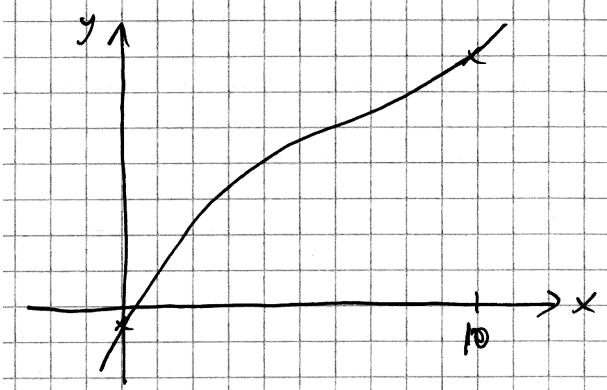
$x = \pm i$

Eftersom derivatan saknar reella nollställen så har funktionen inga extrempunkter.

$p(0) = 0^3 + 3 \cdot 0 - 18 = -18$

$p(10) = 10^3 + 3 \cdot 10 - 18 = 1012$

Skiss av kurvan:



Jag vet att då $x=0$ är $y<0$ och att då $x=10$ är $y>0$, kurvan måste passera x-axeln någonstans mellan dessa x-värden. Eftersom kurvan saknar extrempunkter kan den aldrig "vända" och passera x-axeln igen. Den har då exakt ett nollställe.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Den förklarande texten i slutet anses på ett korrekt sätt motivera att polynomet har exakt ett nollställe. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng.