Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 22 E-, 23 C- och 17 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 32 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 41 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 49 poäng varav 9 poäng på A-nivå

18. **Max 0/1/2**

Godtagbar ansats, t ex deriverar $f(x)$ +1 C_P

med godtagbar fortsättning, t ex inser att $\int_0^1 f''(x)\mathrm{d}x = f'(1) - f'(0)$ +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (-2π) +1 A_P

19. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, t ex löser ekvationen $f'(x) = 0$ +1 C_R

Visar att f saknar extrempunkter då $a > 3$ +1 A_R

Visar att f saknar extrempunkter då $a = 3$ +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, olikhetstecken, $\pm$, rottecken, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, termer såsom funktion, derivata, andraderivata, terrasspunkt, maximipunkt, minimipunkt, extrempunkt, nollställe, reella rötter, strängt växande, teckenschema etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

20. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t ex inser att $y'(4)$ ska bestämmas +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($0,66\ ^\circ\mathrm{C/h}$) +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in $y = a \cdot \mathrm{e}^{2x}$ och $y' = 2a \cdot \mathrm{e}^{2x}$ i differentialekvationen +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a = \dfrac{1}{3}$) +1 E_{PL}

22. **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, t ex bestämmer x-koordinaten för skärningspunkten mellan kurvorna, $x = 2$ +1 E_{PL}

med korrekt tecknat uttryck för bestämning av någon relevant area,

t ex $\int_1^2 (4x-4)\,\mathrm{d}x$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($\frac{2}{3}$ a.e. $\approx 0{,}67$ a.e.) +1 C_{PL}

23. **Max 0/2/0**

Anger en funktion med minst en lodrät asymptot +1 C_B

med godtagbart svar (t ex $y = \frac{1}{(x-1)(x+2)}$) +1 C_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t ex ställer upp korrekt integral, t ex

$$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \int_{115}^{130} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-120}{4}\right)^2}\,\mathrm{d}x$$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (400 st) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt integraluttryck för brokabelns längd,

t ex $\int_0^{100} \sqrt{1+(0{,}06x^{0{,}5})^2}\,\mathrm{d}x$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (109 m) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

26. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t ex ställer upp ellipsens ekvation, $\left(\frac{x}{14{,}5}\right)^2 + \left(\frac{y}{9{,}5}\right)^2 = 1$ +1 A_M

med godtagbar fortsättning, ställer upp en integral för beräkning av volymen, t ex $V = \int_{-14{,}5}^{14{,}5} \pi \cdot 9{,}5^2 \left(1 - \left(\frac{x}{14{,}5}\right)^2\right) \mathrm{d}x$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,5 dm^3) +1 A_M

27. **Max 0/2/3**

a) Godtagbar ansats, t ex tecknar ett korrekt uttryck för volymen uttryckt i h och ställer upp kedjeregeln, $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h} \cdot \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,18 dm/min) +1 A_{PL}

b) Godtagbar ansats, tecknar ett integraluttryck för den volym som tillförs *eller* bestämmer volymen, 360 dm^3, då höjden är 7,0 dm +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning som visar att vattennivån efter 13,6 minuter är 7,0 dm +1 A_{PL}

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara likhetstecken, integraltecken, derivatabeteckningar, integraluttryck, termer såsom integral, integrationsgränser, hänvisning till kedjeregeln etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Elevlösning 2 (1 C_R och 2 A_R)

$f(x) = x^3 + 3x^2 + ax$

$f'(x) = 3x^2 + 6x + a$

$f'(x) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2 + 6x + a = 0$

$x^2 + 2x + \frac{a}{3} = 0$

$x = -1 \pm \sqrt{1 - \frac{a}{3}}$

Inga reella rötter om:

$1 - \frac{a}{3} < 0$

$1 < \frac{a}{3}$

$3 < a$

Teckenstudium visar

om $a = 3 \Leftrightarrow x = -1$

x		-1	
$f'(x)$	$\nearrow$		$\nearrow$

ingen max/min p. $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ om $a \geq 3$

Finns inga max/minp. V.S.V.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation så är teckenschemat inte komplett och förklaringen till att ”inga reella rötter” ger ”finns inga max/minp.” saknas. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå och två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 20

Elevlösning 1 (2 E_M)

Förändringshastigheten kl 12.00 = $y'(4)$

Ritar upp funktionen på räknaren och bestämmer

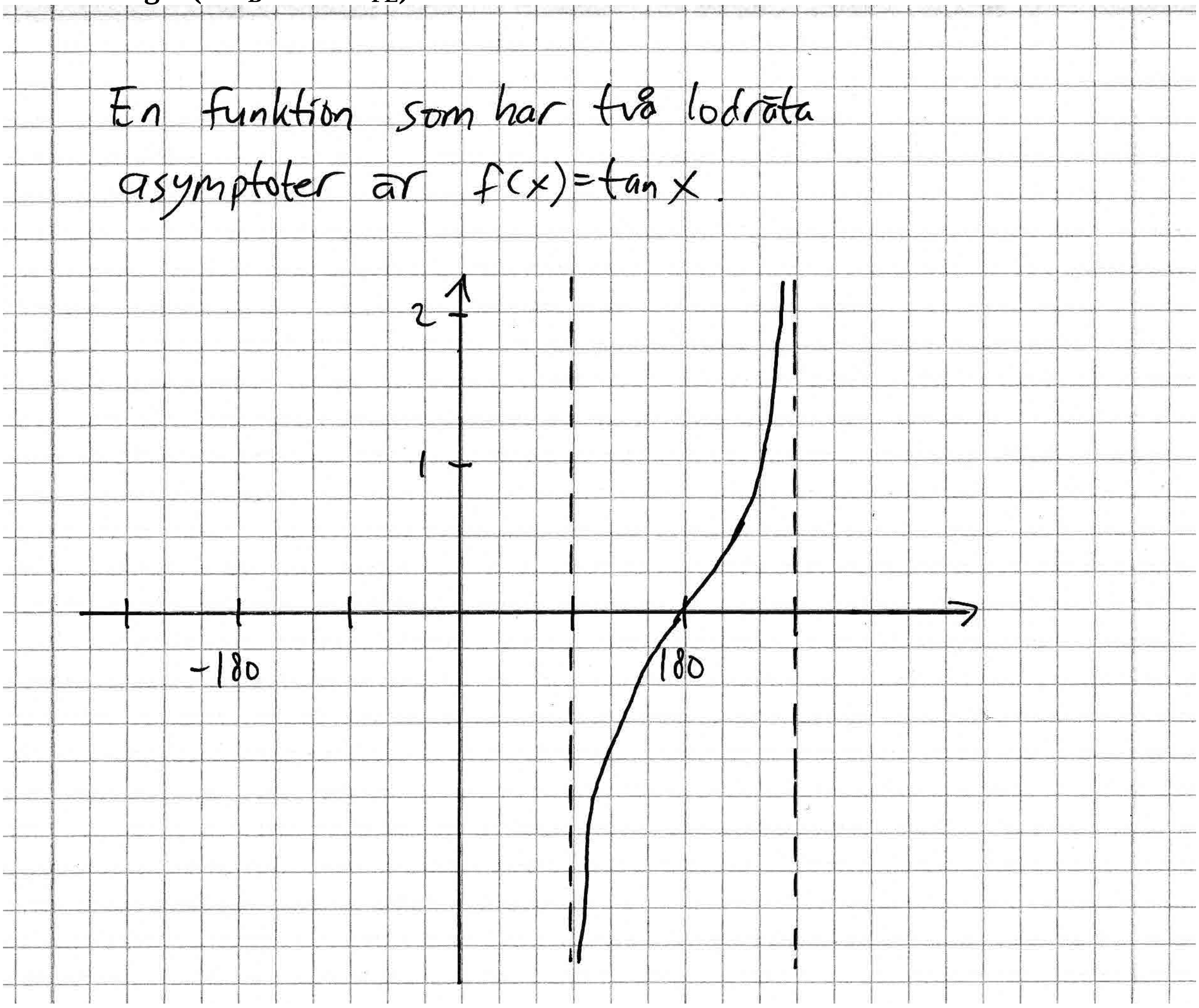
$y'(4)$ till 0,66°C/h

Svar: 0,66°C/h

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Motivering av hur räknaren använts saknas men lösningen anses trots det nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra modelleringspoängen. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 23

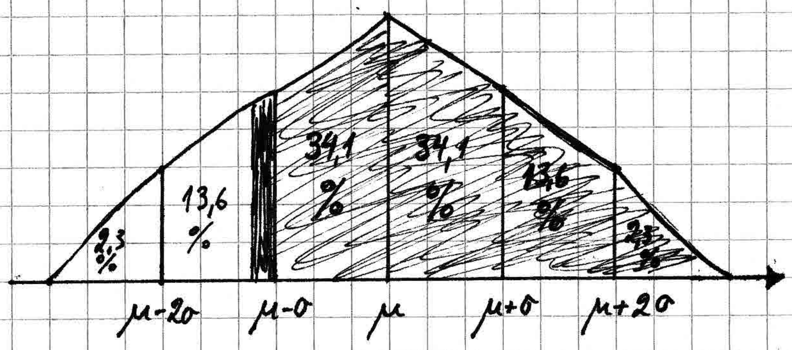
Elevlösning 1 (1 C_B och 1 C_{PL})



Kommentar: Elevlösningen visar en funktion med oändligt många asymptoter. Funktionen har fler än två asymptoter men svaret anses ändå vara godtagbart. Sammantaget ges lösningen en begreppspoäng och en problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (0 poäng)



$\mu = 120\,g$ $\sigma = 4g$

Hur många kanelsnäckor av 450 st kan väga mellan 115 o 130 g ?

$\therefore$ $\mu-\sigma-1$ och $\mu+2\sigma+2$ = skuggat område

$\frac{13,6\%}{10} = 1,36\%$ extra chans då standardavvikelsen är $\mu-\sigma-1$.

Räknar ihop alla procent:

$34,1+34,1+13,6+2,3+1,36 = 85,46\%$

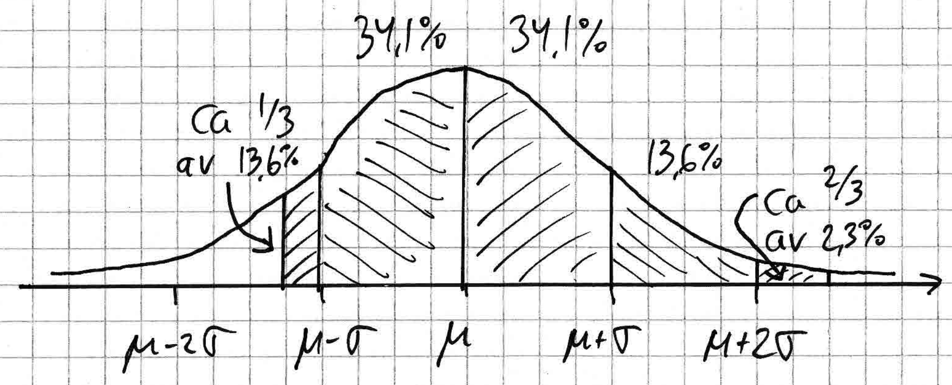
Beräknar hur många bullar:

$450 \cdot 0,8546 \approx 385$ st. bullar.

Svar: 385 st bullar väger mellan 115 & 130 g.

Kommentar: Elevlösningen visar ett försök att skatta hur stor del som täcks av intervallet $115-130$ gram. Noggrannheten i skattningen av hur stor del som finns till vänster om $\mu-\sigma$ och till höger om $\mu+2\sigma$ anses inte motsvara en godtagbar ansats.

Elevlösning 2 (1 C_M)



$\mu = 120\text{g}$ $\sigma = 4{,}0\text{gram} \Rightarrow 115\text{g} = \mu - 1{,}25\sigma$ $130\text{g} = \mu + 2{,}5\sigma$

Det område som täcks in är ca

$\frac{1}{3} \cdot 13{,}6 + 34{,}1 + 34{,}1 + 13{,}6 + \frac{2}{3} \cdot 2{,}3 \approx 87{,}9\%$

Antal bullar: $0{,}879 \cdot 450 \approx 396$ Svar: 396 st

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. I lösningen visas att $115\,\text{g} = \mu - 1{,}25\sigma$ och att $130\,\text{g} = \mu + 2{,}5\sigma$. Vidare anges en rimlig uppskattning av hur stor del som utgörs av intervallen från $\mu - 1{,}25\sigma$ till $\mu - \sigma$ samt från $\mu + 2\sigma$ till $\mu + 2{,}5\sigma$. Denna skattning visar förståelse för problemet i sin helhet och anses motsvara en godtagbar ansats men lösningsmetoden anses inte ge tillräcklig noggrannhet för den andra modellerings-poängen. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (2 C_M)

$f(x) = 0{,}040x^{3/2}$ $\qquad 0 \leqslant x \leqslant 100$

$f'(x) = 0{,}06 \cdot \sqrt{x}$

$S \int_0^{100} \sqrt{1 + (0{,}06 \cdot \sqrt{x})^2}\, dx$ $\qquad$ miniräknaren ger svaret

$S = 108{,}5$

Svar: 109 m

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. I lösningen redovisas inte hur bestämningen av integralens värde med hjälp av räknare gjorts. Trots detta anses lösningen nätt och jämnt vara godtagbar då tillvägagångssätten för integralberäkning på räknaren är begränsade. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 27

Elevlösning 1 (2 C_{PL} och 2 A_{PL})

a/ $\frac{dV}{dt} = 25 + 0{,}2t$ $\quad r = h \quad t = 13{,}6\,min \quad h = 7{,}0\,dm$

$V = \frac{\pi h^3}{3} \qquad \frac{dV}{dr} = \pi h^2$

$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{\frac{dV}{dt}}{\frac{dV}{dh}} =$

$= \frac{25 + 0{,}2t}{\pi h^2} = \frac{25 + 0{,}2 \cdot 13{,}6}{\pi \cdot 7^2} \approx 0{,}18\ dm/min$

b/ $\int_0^{13,6} (25 + 0{,}2t)\,dt = \left[25t + 0{,}1t^2\right]_0^{13,6}$

$= 25 \cdot 13{,}6 + 0{,}1 \cdot 13{,}6^2 - 0 = 358{,}496$ liter

$V = 358{,}496$ liter $= \frac{\pi \cdot h^3}{3}$

$3V = \pi h^3$

$\sqrt[3]{\frac{3V}{\pi}} = h = 6{,}995496851 \approx 7\ dm$ $\quad$ svar: ja, det är 7 dm vatten

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen inte helt lätt att följa och förstå då förklaringar till beräkningar saknas i stora delar av lösningen, t ex till att $r = h$ i början av lösningen, motivering till att $V = \frac{\pi h^3}{3}$ på rad två i lösningen samt motivering till att det är volymen som beräknas med hjälp av integralen i b). Dessutom innehåller lösningen en felaktighet på rad två där det står att $\frac{dV}{dr} = \pi h^2$ och inte det korrekta $\frac{dV}{dh} = \pi h^2$. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL}, 2 A_{PL} och 1 A_K)

a) Volym $= V$ vattenytans radie $= r$

$r = h \cdot \tan 45^\circ = h \cdot 1 = h$

$V(h) = \dfrac{\pi r^2 h}{3} = \dfrac{\pi h^3}{3}$

$V'(h) = \pi h^2 = \dfrac{dV}{dh}$

$\dfrac{dV}{dt} = 25 + 0{,}2t$

$\dfrac{dV}{dt} = \dfrac{dV}{dh} \cdot \dfrac{dh}{dt} \Rightarrow \dfrac{dh}{dt} = \dfrac{dV}{dt} \Big/ \dfrac{dV}{dh} = \dfrac{25 + 0{,}2 \cdot 13{,}6}{\pi \cdot 7{,}0^2} =$

$\dfrac{27{,}72}{49\pi} \approx 0{,}18\ dm/min$

Svar: a) c:a $0{,}18\ dm/min$

b) $V'(t) = 25 + 0{,}2t \Rightarrow V(t) = 25t + 0{,}1t^2$

$V(h) = \dfrac{\pi h^3}{3} \Rightarrow V(7{,}0) = \dfrac{\pi \cdot 7{,}0^3}{3} = \dfrac{343\pi}{3}$

$V(t) = \dfrac{343\pi}{3} \Rightarrow 25t + 0{,}1t^2 = \dfrac{343\pi}{3}$

$75t + 0{,}3t^2 - 343\pi = 0 \Rightarrow t^2 + 250t - 3591{,}8876 = 0 \Rightarrow$

$t \approx -125 \pm \sqrt{125^2 + 3591{,}8876} = -125 \pm 138{,}625 \Rightarrow t > 0$

$t \approx 13{,}6\ min$ V.S.V.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå även om förklaringar till beräkningarna saknas på några ställen i lösningen, t ex saknas kommentar gällande begynnelsevillkoret för volymen i b)-uppgiften. Kraven för kommunikationspoäng på A-nivå uppfylls därmed nätt och jämnt. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive en kommunikationspoäng på A-nivå.