Delprov B	Uppgift 1–11. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 12–18. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 59 poäng varav 21 E-, 22 C- och 16 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 15 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 31 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 39 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 46 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Ett av alternativen A–D är ett exempel på en primitiv funktion till funktionen $f(x) = x^3 - 2x$. Vilket?

A. $F(x) = 3x^2 - 2$

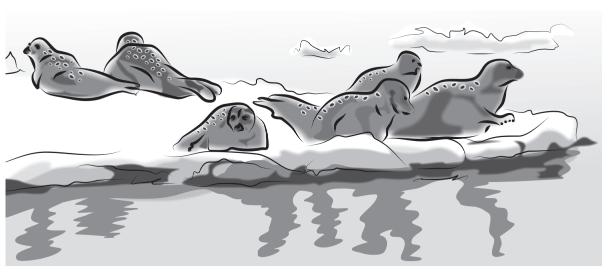
B. $F(x) = \dfrac{x^4}{4} - 4x$

C. $F(x) = \dfrac{x^4}{4} - x^2$

D. $F(x) = x^4 - 2x^2$ ______________________ (1/0/0)

2. Den 1 augusti varje sommar inventeras (räknas) antalet gråsälar i Östersjön. Tabellen visar resultatet.

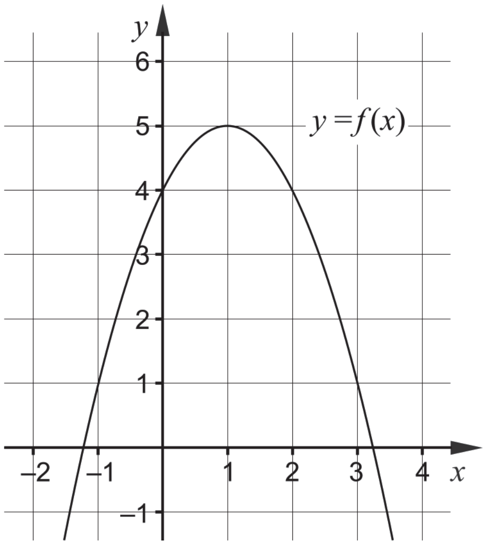
År	Antal gråsälar
2013	28 000
2014	32 000
2015	31 000
2016	30 000
2017	30 000
2018	34 000
2019	38 000



Använd tabellen och bestäm den genomsnittliga förändringshastigheten för antalet gråsälar från den 1 augusti 2015 till den 1 augusti 2018.

________________ sälar/år (1/0/0)

3. Figuren visar grafen till funktionen f.



Använd grafen och ange vilket av alternativen A–F som är det bästa värdet till $f'(2)$.

A. 4

B. 2

C. $0,5$

D. $-0,5$

E. -2

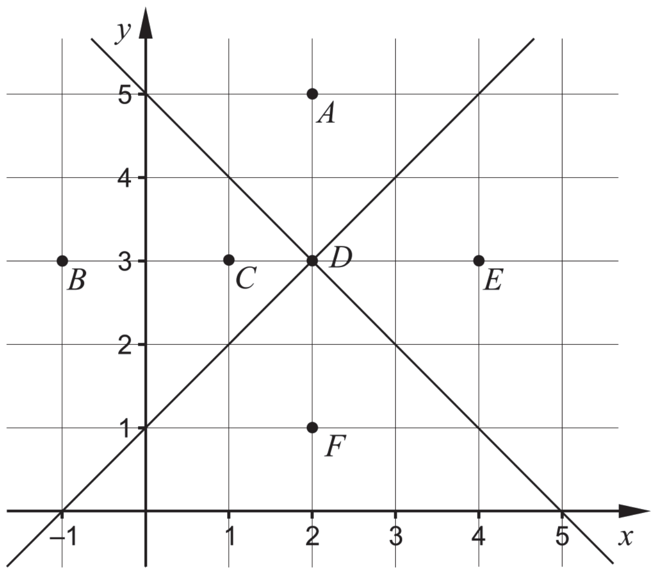
F. -4 ______________________ (1/0/0)

4. De 100 första talen i en talföljd bildar den geometriska summan S, där $S = \dfrac{2(5^{100} - 1)}{4}$

a) Bestäm det första talet i talföljden. ______________________ (1/0/0)

b) Bestäm det fjärde talet i talföljden. ______________________ (0/1/0)

5. Figuren visar två räta linjer och sex punkter *A*–*F*.



En av punkterna *A*–*F* ligger i området som begränsas av $\begin{cases} x > 0 \\ y < 5 - x \\ y > x + 1 \end{cases}$

Vilken? ______________________ (1/0/0)

6. Bestäm $f'(x)$ då

a) $f(x) = 4x^3 - 12x$ $f'(x) =$ ______________________ (1/0/0)

b) $f(x) = ax^2 - \dfrac{4}{x}$ $f'(x) =$ ______________________ (0/1/0)

c) $f(x) = \dfrac{1}{3^{-2x}}$ $f'(x) =$ ______________________ (0/0/1)

7. Lös ekvationen $3x^4 - 8x = 2x^4$ ______________________ (0/1/0)

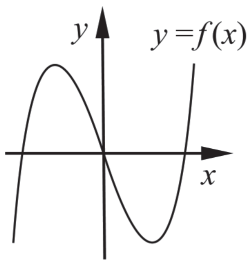
8. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $\dfrac{5x^3 - x^6}{x^3}$ ______________________ (1/0/0)

b) $\dfrac{2x^2 + 12x + 18}{2(x^2 - 9)}$ ______________________ (0/1/0)

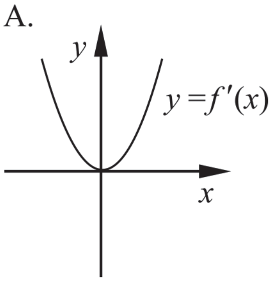
c) $\dfrac{2e^x \cdot e^{-ax} - e^x}{e^{-ax} - 0,5}$ ______________________ (0/0/1)

9. Figuren visar grafen till funktionen f.

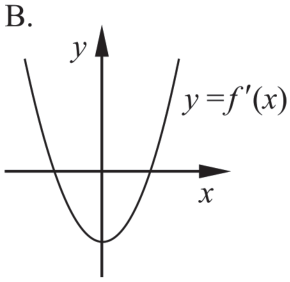


Ett av alternativen A–F visar grafen till funktionens derivata f'. Vilket?

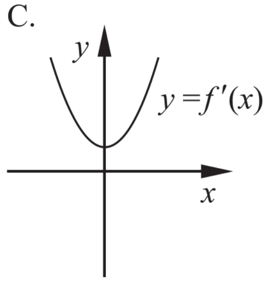
A.



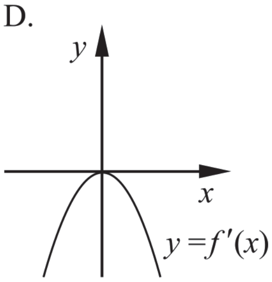
B.



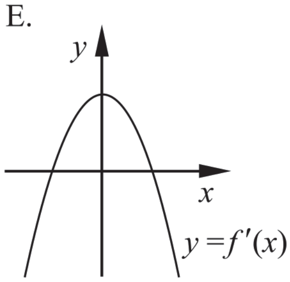
C.



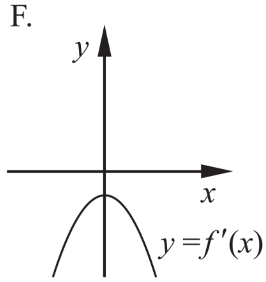
D.



E.

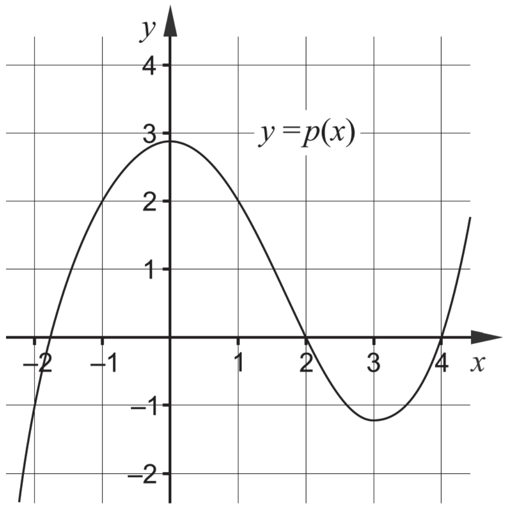


F.



______________________ (0/1/0)

10. Figuren visar huvuddragen av grafen till funktionen p.

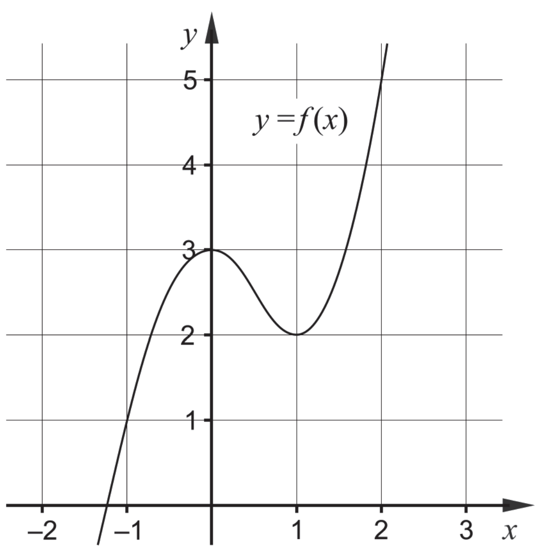


Bestäm för vilka värden på x som

a) $p'(x) < 0$ ______________________ (0/1/0)

b) uttrycket $\dfrac{p(x)}{p'(x)}$ inte är definierat. ______________________ (0/1/0)

11. Figuren visar grafen till funktionen f.



Bestäm ett värde på a så att $\displaystyle\int_{-1}^{a} f'(x)\,dx = 3$ ______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. Tilde deriverar funktionen $f(x) = e^{2x}$ och ställer upp kvoten $\dfrac{f'(x)}{f(x)}$

Hon påstår följande: ”För alla värden på x kommer kvoten alltid att få värdet 2”.

Har Tilde rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

13. Beräkna $\displaystyle\int_1^2 3x^2\,dx$. (2/0/0)

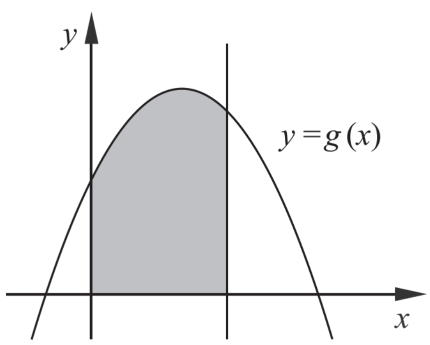
14. Funktionen f ges av $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$

Använd derivata och bestäm koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

Avgör också, för varje sådan punkt, om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/1/0)

15. Figuren visar ett gråmarkerat område som begränsas av grafen till funktionen g, den räta linjen $x = 3$ samt de positiva koordinataxlarna.

Funktionen g ges av $g(x) = 5 + px - x^2$ där p är en konstant.



Bestäm p så att det gråmarkerade områdets area blir 24 areaenheter. (0/2/0)

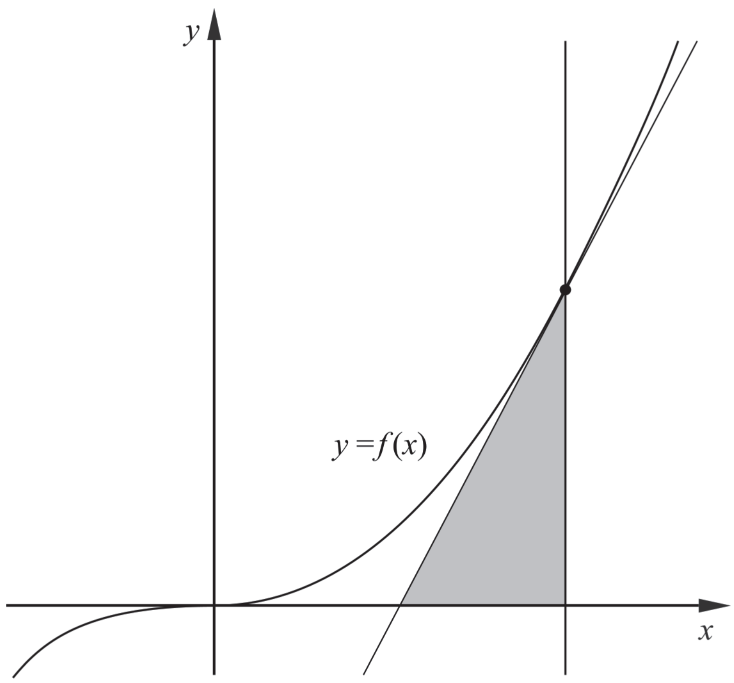
16. Funktionen f ges av $f(x) = x^3 + 3x$
Jaana påstår att funktionen f har två extrempunkter.

Har Jaana rätt? Motivera ditt svar. (0/2/0)

17. Funktionen f ges av $f(x) = \dfrac{5}{a^2 x}$ där $x \neq 0$ och $a \neq 0$

Bestäm $f'(x)$ med hjälp av derivatans definition. (0/1/3)

18. Figuren visar grafen till tredjegradsfunktionen f som ges av $f(x) = x^3$ och en tangent till grafen i den punkt där $x = a$. Tangenten, den positiva x-axeln och linjen $x = a$ begränsar ett område som har formen av en triangel.



Bestäm a så att triangeln får arean 1,5 areaenheter. (0/0/3)