

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte beroende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E_p
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E_p

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R och 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 67 poäng varav 26 E-, 23 C- och 18 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov.

Kravgräns för provbetyget

E: 19 poäng

D: 28 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 46 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 54 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Del D**17. Max 4/0/0**a) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer $V(0)$ och $V(3)$ +1 E_{PL}med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (90 g/dygn) +1 E_{PL}*Kommentar:* Även svaret -90 g/dygn bedöms som godtagbart.b) Godtagbar ansats till utvärdering av modellen, t.ex. beräknar $V(17)$ +1 E_Mmed godtagbar kommentar, som utgående från beräkning av t.ex. $V(17)$ med korrekt enhet, visar insikt om att vikten eller viktökningen är orimligt hög +1 E_M*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***18. Max 2/0/0**Godtagbar ansats, visar insikt om vilka x -värden som ska undersökas: $x = 0$, $x = 2$ och $x = 4$ (vid algebraisk lösning) eller $x = 2$ och $x = 4$ (vid grafisk lösning) +1 E_Bmed i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (Minsta värdet är -2 och största värdet är 18) +1 E_B*Kommentar:* Om svaren anges i koordinatform alternativt både i korrekt form och koordinatform (t.ex. "Största värdet är 18 eller (4, 18)") utdelas inte den andra E_B-poängen.*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.***19. Max 2/0/0**Godtagbar ansats, inleder ett enkelt resonemang genom att t.ex. undersöka linjens lutning utifrån de givna punkterna (3, 4) och (100, 244) +1 E_Rmed godtagbart slutfört resonemang med korrekt slutsats (t.ex. "Linjens lutning blev 2,47 så hon har fel.") +1 E_R

- 20.** **Max 3/1/0**
- a) Godtagbar förklaring som visar insikt om att 300 och 250 motsvarar vad respektive plagg bidrar med till den totala vinsten (t.ex. ”300 och 250 är vad han tjänar på de olika klädesplaggen.”) +1 E_M
- b) Godtagbar ansats, väljer korrekt de punkter som ska tas med i beräkningen: (0, 45), (20, 30) och (40, 0) +1 E_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (13500 kr) +1 E_{PL}
- Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, ≥, parenteser, figur och termer såsom rät linje, område, koordinatsystem, olikheter, skärningspunkt samt angivna enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- 21.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar bestämning av kvoten, $k = 3$ +1 C_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (0,5) +1 C_{PL}

- 22.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, inleder ett välgrundat resonemang genom att använda en undersökningsmetod som kan ge väl underbyggda slutsatser, t.ex. undersöker på sin grafräknare om derivatans graf har några nollställen +1 C_R
- med godtagbart slutfört resonemang med korrekt slutsats (t.ex. ”Grafen till derivatan blir aldrig noll, så det är ingen terrasspunkt”) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



23.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. bildar avståndsfunktionen $h(t) = t^3 - 6t^2 + 7,8t$
och bestämmer derivatans nollställen, $t_1 \approx 3,18$ och $t_2 \approx 0,82$

+1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, inser att intervallets ändpunkt, då $t = 3$, måste kontrolleras

+1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3,6 km då $t = 3$ h)

+1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara $=, \approx, <, \leq, \pm, \sqrt{\quad}, f(t) - g(t), f'(t), f(3) - g(3)$, index, bråkstreck, parenteser, figur, termer såsom graf, punkt, funktion, definitionsmängd, maximipunkt, minimipunkt, teckenschema, ändpunkt samt angivna enheter etc.

+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



24.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $S'(4) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(4+h) - S(4)}{h}$

+1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1)

+1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara $=$, bråkstreck, $S'(x)$, $S'(4)$, $S(x+h)$, $S(4+h)$, $S(4)$, $\lim_{h \rightarrow 0}$, figur med införda beteckningar, termer såsom rät linje, x -led, y -led, ändringskvot, punkt, lutning, avstånd samt hänvisning till derivatans definition etc.

+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Elevlösning 2 (2 E_M)

DET ÄR INTE ENS I NÄRHETEN AV
VERKLIGHETEN DÅ ETT BARN SOM ÄR
21 DAG GAMMAL SKULLE VÄGA 4697 KG.
($5 \cdot 21^3 - 135 \cdot 21 + 3500 = 46970$)

Kommentar: I elevlösningen konstateras en orimlig vikt dag 21. Lösningen ges de två modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 18**Elevlösning 1 (1 E_B)**

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x - 2) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2$$

$$f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 2 = 2$$

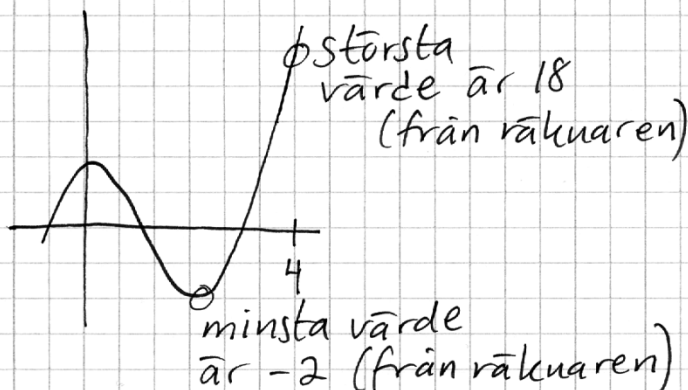
$$f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 2 = -2$$

$$f(4) = 4^3 - 3 \cdot 4^2 + 2 = 18$$

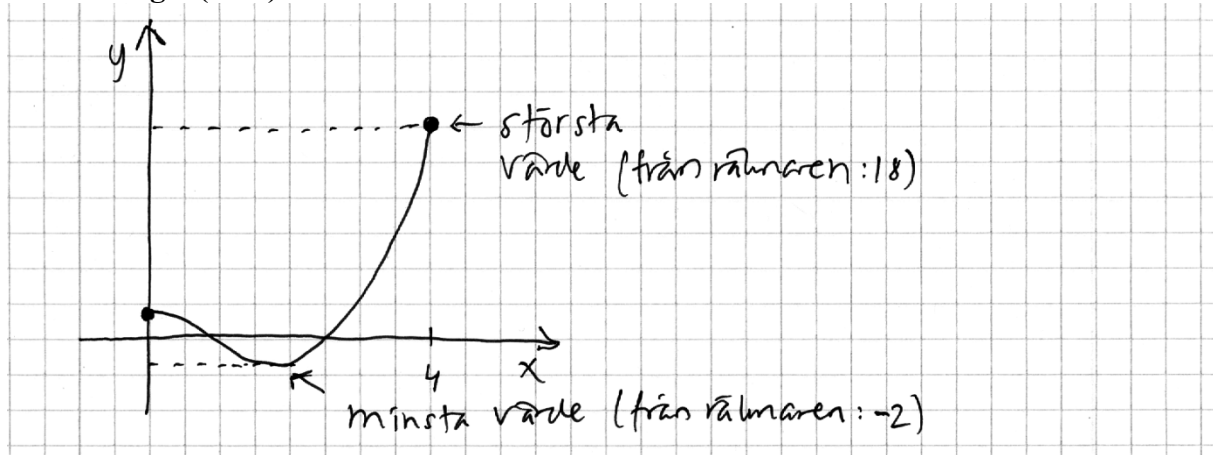
minsta värde : (2, -2)

störst värde : (4, 18)

Kommentar: I elevlösningen framgår vilka funktionsvärden som behöver undersökas men svaren är angivna i koordinatform. Sammantaget motsvarar detta en begreppspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (2 E_B)

Kommentar: I elevlösningen framgår att största värdet är 18 och minsta värdet är -2. Dessa värden har bestämts med hjälp av grafräknare. Grafen är inte begränsad till det aktuella intervallet men skissen visar insikt om vilka värden som ska undersökas eftersom de relevanta punkterna är markerade. Sammantaget motsvarar denna elevlösning nätt och jämnt två begreppspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (2 E_B)

Kommentar: Grafen är begränsad till det aktuella intervallet och visar insikt om vilka värden som ska undersökas. Det största och minsta värdet har bestämts med hjälp av grafräknare. Elevlösningen ges två begreppsöppning på E-nivå.

Uppgift 20**Elevlösning 1 (1 E_M och 2 E_{PL})**

a) De talen visar vad han tjänar på kostymerna och jackorna

$$b) \quad V = 300 \cdot 0 + 250 \cdot 45 = 11250$$

$$V = 300 \cdot 20 + 250 \cdot 30 = 13500$$

$$V = 300 \cdot 40 + 250 \cdot 0 = 12000$$

SVAR

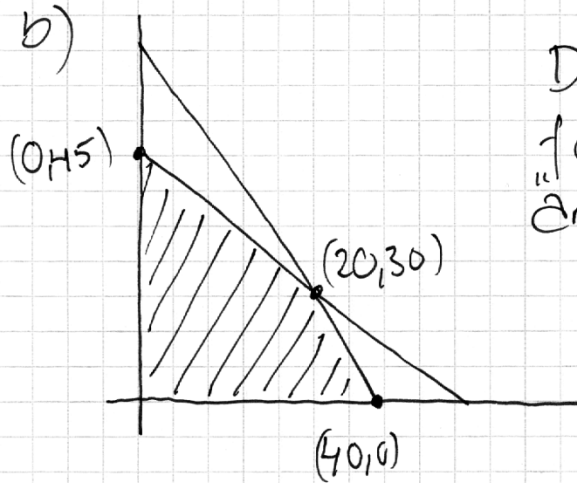
Maxvinsten är

13500 kr

Kommentar: I a)-uppgiften specificeras inte vinsten mot respektive klädesplagg, vilket gör att förklaringen blir vag. Det framgår inte heller vilka ställningstaganden som lett fram till beräkningarna i b)-uppgiften. På grund av detta utdelas ingen kommunikationsöppning för denna lösning. Elevlösningen ges i a)-uppgiften en modelleringsöppning och i b)-uppgiften två problemlösningsoppning på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_M, 2 E_{PL} och 1 C_K)

a) $300 = \text{vinst per kostym}$
 $250 = \text{vinst per jacka}$



Det område som gäller
 för alla olikheterna
 "är det streckade"

X	y	V = 300x + 250y
0	45	= 300 · 0 + 250 · 45 = 11250
20	30	= 300 · 20 + 250 · 30 = 13500
40	0	= 300 · 40 + 250 · 0 = 12000

SVAR: Största vinsten är
 13500 kr

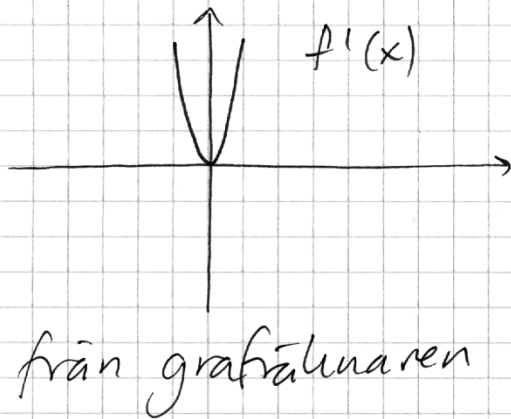
Kommentar: I elevlösningen framgår tydligt att 300 och 250 är den vinst som skräddaren gör på varje kostym respektive jacka. I figuren visas vilket område som motsvaras av olikheterna. Elevlösningen uppfyller kraven för en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (1 CR)

$$f(x) = x^3 + 0,03x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 0,03$$



Derivataus graf är alltid positiv utom då $x=0$ för då är derivatan 0. Teckenväxling $+0+$ alltså är det en terrasspunkt. Peder har rätt!

Kommentar: I lösningen studeras derivatans graf på grafräknaren. Undersökningsmetoden kan leda till välgrundade slutsatser, men eftersom fönsterinställningen är för grov framgår inte att derivatan saknar nollställe och en felaktig slutsats dras. Lösningen motsvarar därför sammantaget en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 CR)

$$f(x) = x^3 + 0,03x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 0,03$$

$$3x^2 + 0,03 = 0$$

$$x^2 + 0,01 = 0$$

$$x^2 = -0,01$$

$$x = \pm \sqrt{-0,01} \quad \text{ERROR}$$

$$x = 0,1 \quad ?$$

x	0	0,1	0,2
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	↗	Terrass	↗

Han har rätt !!!
o o o

Kommentar: Undersökningsmetoden (söka derivatans nollställe) är godtagbar eftersom den kan leda till välgrundade slutsatser, men eftersom beräkningen av derivatans nollställe inte är korrekt dras en felaktig slutsats. Sammantaget ges lösningen den första resonemangspoängen på C-nivå.

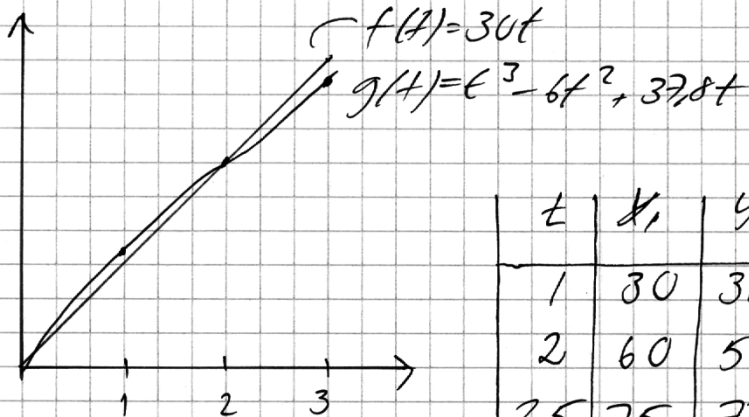
Uppgift 23

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$f(t) = 30t \quad g(t) = t^3 - 6t^2 + 37,8t$$

$$g'(t) = 3t^2 - 12t + 37,8$$

Vi skulle kunna lösa detta grafiskt



t	y ₁	y ₂
1	30	32,8
2	60	59,6
2,5	75	72,6
2,9	87	83,5
3	90	86,4

Svar: Vid 3 timmar

det vi säga när

fredrik har kommit till mål har han som

störst avstånd till Gustav, alltså 3,6 km avstånd.

Kommentar: Elevlösningen visar hur ett korrekt resultat uppnås med hjälp av prövning. Denna prövning styrker dock inte att det största värdet verkligen hittats och är ineffektiv i detta sammanhang. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 APL)

$$a(t) = g(t) - f(t)$$

$$a(t) = t^3 - 6t^2 + 37,8t - 30t = t^3 - 6t^2 + 7,8t$$

$$a'(t) = 3t^2 - 12t + 7,8$$

$$\frac{3t^2 - 12t + 7,8}{3} = 0$$

$$t^2 - 4t + 2,6 = 0$$

$$t = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 2,6}$$

$$t = 2 \pm \sqrt{1,4}$$

$$t = 0,817$$

$$t = 3,183$$

$$0 < t \leq 3$$

därav är $t = 3,183$

vilj definierat

$$0,817h = 49 \text{ min}$$

$$a(t) \nearrow \text{max} \searrow$$

$$a'(t) \begin{array}{c} + \quad 0 \quad - \\ \hline 0,817 \end{array} \rightarrow t$$

Efter 49 min är avståndet störst

$$f(0,817) = 3 \cdot 0,817 = 24,51$$

$$g(0,817) = 0,817^3 - 6 \cdot 0,817^2 + 37,8 \cdot 0,817 = 27,42$$

$$27,42 - 24,51 = 2,9$$

Då ligger Olustar, tåten, ca 2,9 km framför Fredrik.

Kommentar: I elevlösningen tecknas en avståndsfunktion och en korrekt bestämning av derivatans nollställen genomförs. Den lösning som ligger utanför definitionsmängden utesluts, men avståndet mellan cyklisterna då $t = 3$ undersöks inte och därmed löses inte problemet i sin helhet. Sammantaget motsvarar denna lösning en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (3 A_{PL} och 1 A_K poäng)

Avståndet mellan Gustav och Fredrik kan skrivas $A(t) = 30t - (t^3 - 6t^2 + 37,8t)$

$$A(t) = 30t - t^3 + 6t^2 - 37,8t = -t^3 + 6t^2 - 7,8t$$

$$A(t) = -t^3 + 6t^2 - 7,8t \quad 0 \leq t \leq 3$$

För att få reda på det maximala avståndet deriverar jag funktionen och sätter den lika med noll

$$A'(t) = -3t^2 + 12t - 7,8$$

$$0 = -3t^2 + 12t - 7,8$$

$$0 = -3(t^2 - 4t + 2,6)$$

med pq-formeln $t_1 \approx 3,183\dots$ $\left(\begin{array}{l} t^2 - 4t + 2,6 = 0 \\ t = 2 \pm \sqrt{2^2 - 2,6} \end{array} \right)$

$$t_2 \approx 0,8167\dots$$

t_1 tillhör inte definitionsmängden! $0 \leq t \leq 3$

x	0	0,5	0,8167	1	3
$A'(t)$	-	-	0	+	+
$A(t)$	0	↘	min	↗	3,6
			-2,91...		

Tekniskstudium visar att avståndet är som störst då Fredrik går i mål, dvs. efter 3 timmar. Då är avståndet 3,6 km mellan dem

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av det största avståndet, vilket motsvarar tre problemlösningspoäng på A-nivå. Det framgår inte hur derivatans tecken i teckenschemat bestämts, men redovisningen är i övrigt välstrukturerad, lätt att följa och förstå samt visar på korrekt användning av matematisk terminologi. Lösningen uppfyller därmed kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A_{PL} och 1 A_K)

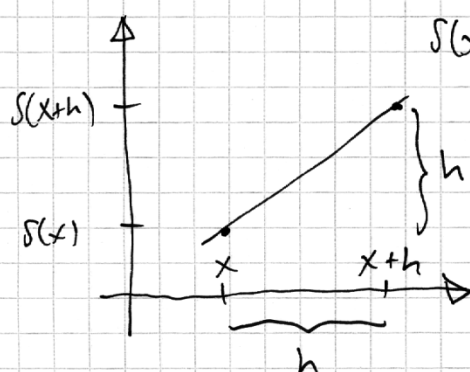
$$S(x+h) = S(x) + h$$

$$S(x+h) - S(x) = h$$

$$S'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(x+h) - S(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = 1$$

$$S'(4) = 1$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt algebraisk lösning som sammantaget ger två problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_{PL} och 1 A_K)

$$S(x+h) = S(x) + h$$

$$h = S(x+h) - S(x)$$

Avståndet i x-led = h

Avståndet i y-led = h

Da är $S(x)$ en linje med $k=1$

Da är ju $S'(4)$ också 1

$$\text{SVAR: } S'(4) = 1$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt grafisk lösning som är lätt att följa och förstå. Sammantaget motsvarar lösningen två problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.