Part B	Problems 1-11 which only require answers.
Part C	Problems 12-17 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for Part B and Part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

Level requirements

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 57 points consisting of 21 E-, 20 C- and 16 A-points.

Level requirements for test grades
E: 14 points
D: 23 points of which 6 points on at least C-level
C: 30 points of which 11 points on at least C-level
B: 38 points of which 5 points on A-level
A: 45 points of which 9 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge level(s) (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

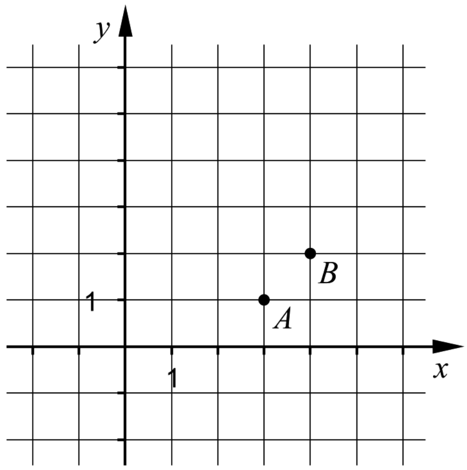
Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

1. There are two points A and B in the coordinate system below. Write down the equation of the straight line that passes through these points.

_______________________ (2/0/0)



2. Solve the equations and give exact answers.

a) $11^x = 3$ _______________________ (1/0/0)

b) $\lg x = 5$ _______________________ (1/0/0)

3. Alva buys a number of shares for SEK 2000. She wonders how many years it will take before the value of her shares has doubled, if the value of the shares increases exponentially by 12% each year.

Which of the equations A-F, where x is the number of years after the purchase date, should Alva solve to be able to answer the following question correctly: "How many years does it take for the value of my shares to double?"

A. $2000 \cdot 0.12^x = 4000$

B. $2000 + 1.12x = 4000$

C. $2000 \cdot x^{0.12} = 4000$

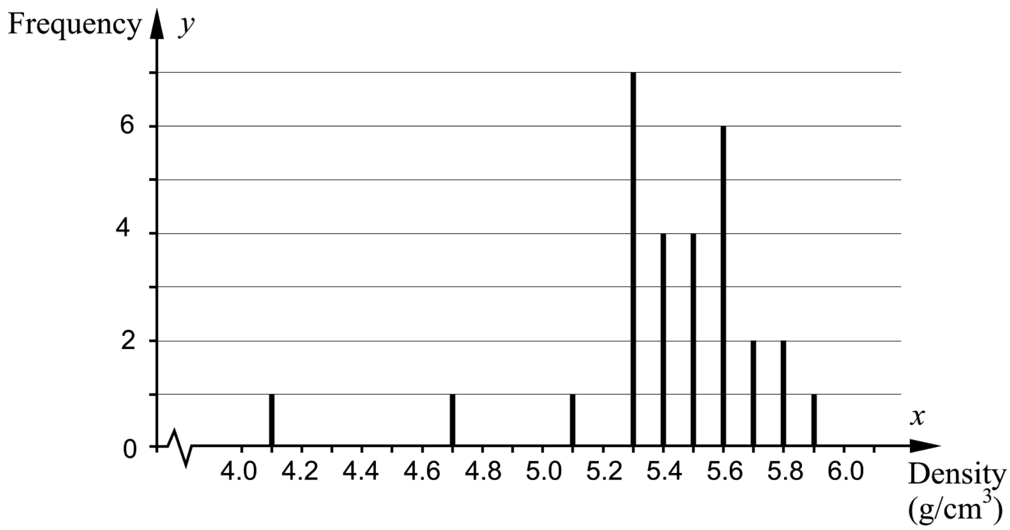
D. $2000 \cdot x^{1.12} = 4000$

E. $2000 \cdot 1.12^x = 4000$

F. $2000 + 0.12x = 4000$ _______________________ (1/0/0)

4. In 1798, the Englishman Henry Cavendish tried to determine the density of the Earth. He did a number of measurements and then calculated values of the density of the Earth.

The diagram below shows 29 of Cavendish's values of the density of the Earth.



a) Determine the range. ______________________ (1/0/0)

b) Determine the median. ______________________ (1/0/0)

c) The standard deviation for the values above is 0.35 g/cm^3.

In *one word*, state what happens with the size of the standard deviation if the two lowest values 4.1 and 4.7 are removed.

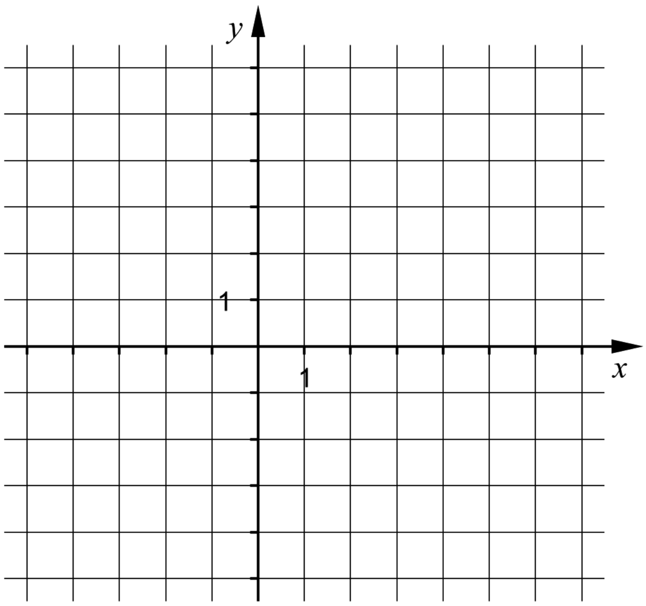
The standard deviation would be ______________________ (0/1/0)

5. Simplify the following expressions as far as possible.

a) $(x+5)^2-(5+x)(x+5)$ ______________________ (0/1/0)

b) $(3\sqrt{x}-\sqrt{12})(3\sqrt{x}+\sqrt{12})-7x$ ______________________ (0/1/0)

6. In the function $y=ax^2+bx+c$ there are three constants a, b and c. In the coordinate system, sketch what the graph to the quadratic function $y=ax^2+bx+c$ might look like if there are two non-real roots to the equation $ax^2+bx+c=0$. (0/1/0)

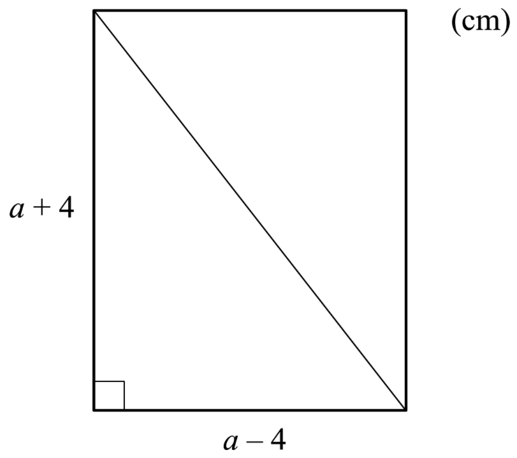


7. The solution to a set of linear equations is $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

The set of linear equations consists of two different equations that both contain the variables x and y. Give an example of such a set of linear equations.

______________________ (0/1/0)

8. The figure below shows a rectangle where the diagonal has been drawn.



a) The length of the diagonal of the rectangle is given by the expression
$\sqrt{(a+4)^2+(a-4)^2}$
Simplify the expression as far as possible.

______________________ (0/1/0)

b) What values can a assume if the diagonal should be greater than 10 cm?

______________________ (0/1/0)

9. Find the exact value of $\lg a^2 + \lg b^2$ if $a \cdot b = 10^5$

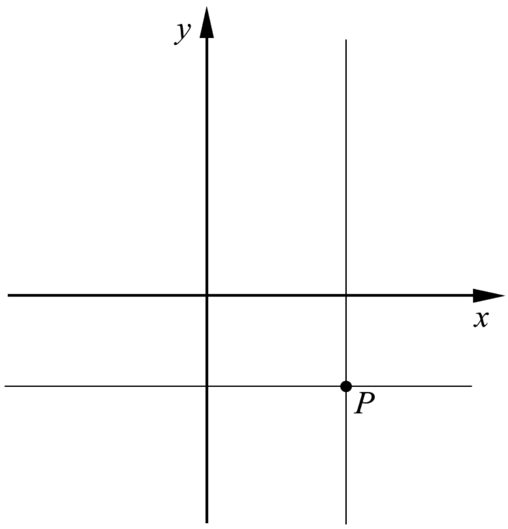
______________________ (0/0/1)

10. Solve the equation $(x-\sqrt{3})^2 - 4(x-\sqrt{3}) + 3 = 0$ if you know that $t^2 - 4t + 3 = 0$ has solutions $t_1 = 3$ and $t_2 = 1$. Give exact answers.

$x_1 =$ ______________________

$x_2 =$ ______________________ (0/0/1)

11. The figure shows the lines $x = a$ and $y = b$, where a and b are different constants, $a \neq 0$, $b \neq 0$. The lines intersect at point P in the fourth quadrant of the coordinate system.



Which of the lines A-D passes/pass through the point P?

A. $ax + by = 0$

B. $ax - by = 0$

C. $ay + bx = 0$

D. $ay - bx = 0$ _______________________ (0/0/1)

Part C: Digital resources are not allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

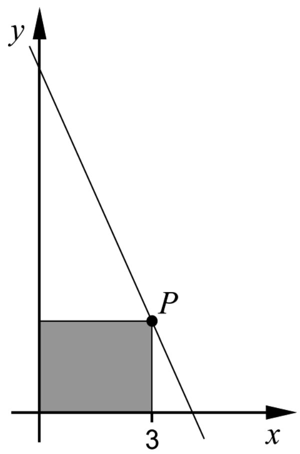
12. Solve the simultaneous equations $\begin{cases} x + 2y = 13 \\ 2x + 3y = 21 \\ 2z + x + y = 26 \end{cases}$ algebraically. (2/0/0)

13. Solve the equations algebraically.

a) $x^2 + 2x - 15 = 0$ (2/0/0)

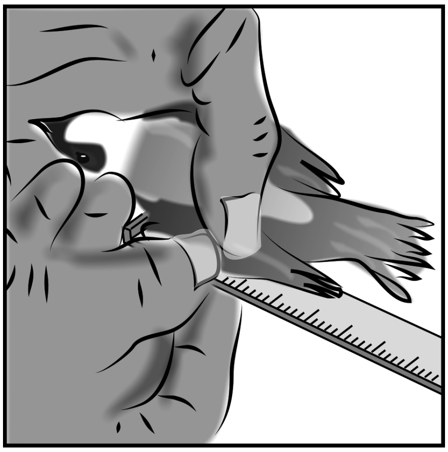
b) $x(x+3) = x + 3$ (0/2/0)

14. A straight line has the equation $y = -2x + 8.15$ and passes through the point P with x-coordinate 3. The rectangle in the figure has one corner at point P and the opposite corner at the origin. Two of the sides of the rectangle lie on the positive coordinate axes.



Determine the area of the rectangle. (2/0/0)

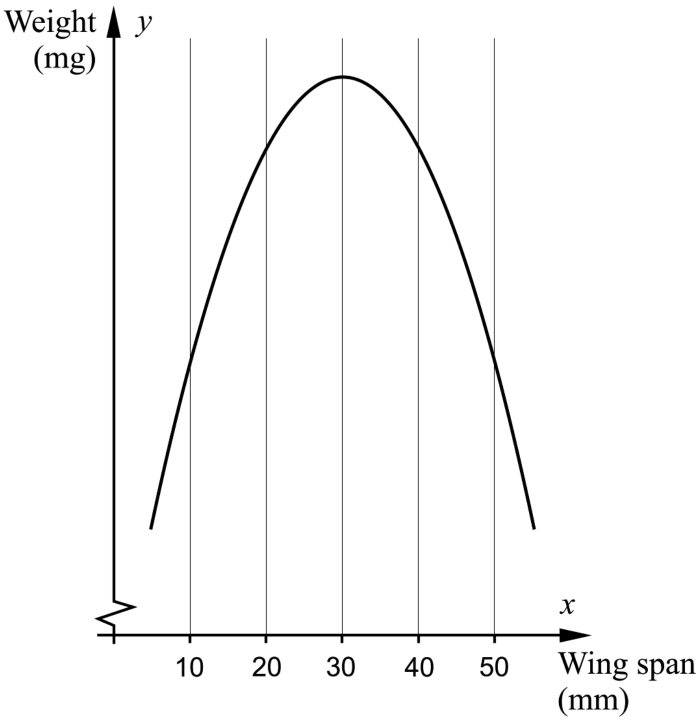
15. When ringing birds, the weight and wing span of the bird is often measured.



A number of birds of the species European Penduline Tit were ringed at the lake Tåkern in Östergötland. A biologist has been given access to data on the birds' weight and wing span and sets up the following model of the relation between weight and wing span:

$y = -6x^2 + 360x + 5000$

where y is the bird's weight in milligrams and x is the bird's wing span in millimetres.



a) Calculate the weight of a bird with a wing span of 10 mm. (1/0/0)

The biologist observes that there are birds with the same weight, even though they have different wing spans. One bird with a wing span of 20 mm weighs 9800 mg.

b) Use the graph to determine yet another wing span that corresponds to the weight 9800 mg. *Only answer is required* (1/0/0)

16. Two straight lines have the equations $y = 2x + a$ and $2y - x = b$, where a and b are constants.

Assume that the lines should always intersect at a point lying on the line $y = 3x$. Show what relationship there must be between a and b. (0/2/0)

17. In the equation $ax^2 - a^2x = -2$, a is a positive constant. Solve the equation and show what values of a that will give two different real roots. (0/0/3)

Part D	Problems 18-25 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

Level requirements

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 57 points consisting of 21 E-, 20 C- and 16 A-points.

Level requirements for test grades
E: 14 points
D: 23 points of which 6 points on at least C-level
C: 30 points of which 11 points on at least C-level
B: 38 points of which 5 points on A-level
A: 45 points of which 9 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge level(s) (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

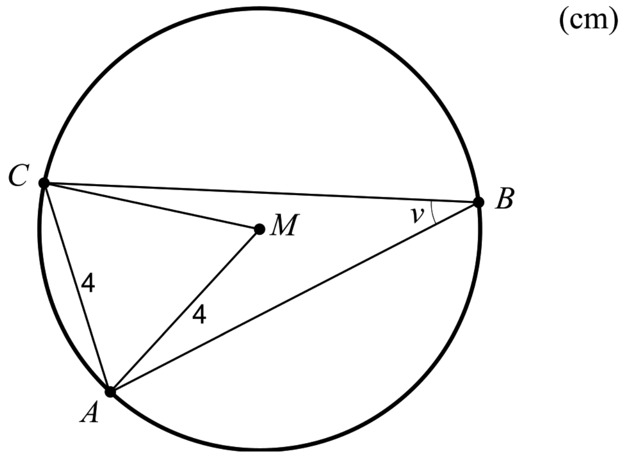
Educational programme: ______________________________

Part D: Digital resources are allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

18. In order to verify that all cinnamon buns produced at a bakery have approximately the same weight, the cinnamon buns are weighed. It turns out that the weight is normally distributed with the average weight 80 grams and the standard deviation 3 grams.

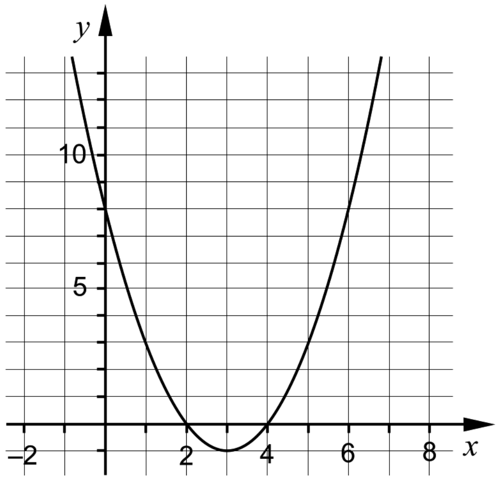
How many cinnamon buns can be expected to have a weight of more than 86 grams, if one day 400 cinnamon buns are produced? (2/0/0)

19. The point M is the centre of the circle in the figure below. The points A, B and C are located on the boundary of the circle.



Determine the angle v. (2/0/0)

20. The figure below shows the graph of a quadratic function f where $f(x) = ax^2 + bx + c$, and where a, b and c are constants.



a) Use the figure to determine the constant *c*. Justify your answer. (1/0/0)

b) Which of the function values is the smallest, $f(-5)$ or $f(10)$? Justify your answer. (1/1/0)

21. In medicine, radioactive substances are used to investigate the body's inner organs, for example the kidneys. The radioactive substance used in the examination decays relatively fast. This means that the substance must be used immediately after it has been produced so that the activity does not decrease too much. Activity is decay per second and has the unit Becquerel (Bq).

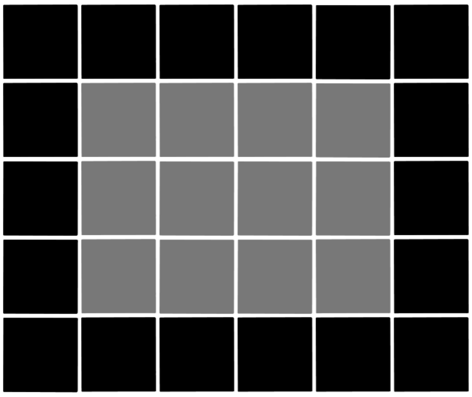
It takes 8.0 hours for the activity to decrease exponentially from 11.5 MBq to 4.6 MBq.

a) By what percentage does the activity decrease per hour? (0/2/0)

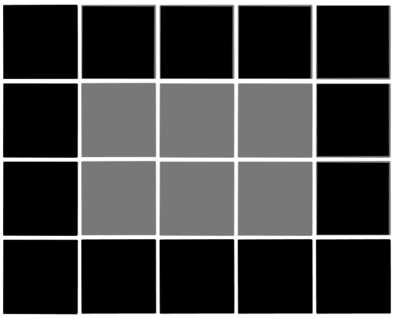
b) How large is the activity after one day if it was 11.5 MBq in the beginning? (0/1/0)

22. A tiler creates rectangular patios by laying quadratic tiles according to a certain pattern. He uses grey and black tiles, all of the same size.

The figure below shows patio A and patio B, created by the tiler. The total cost for the tiles in patio A is SEK 1422. For patio B, the total cost for the tiles is SEK 1000.



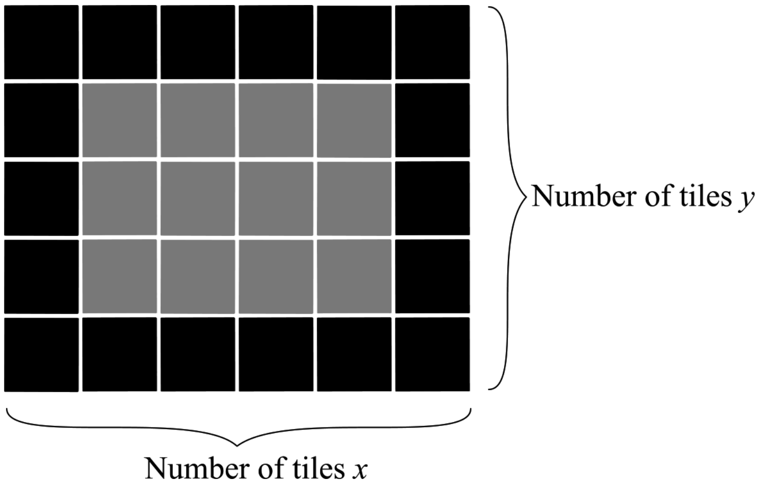
Patio A



Patio B

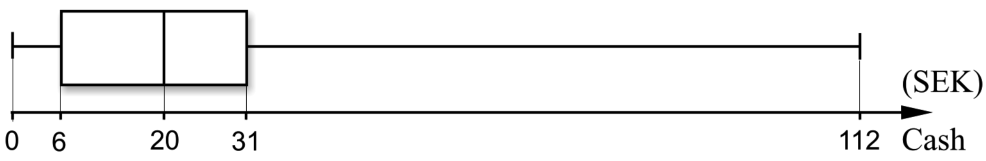
a) Calculate the price of a grey and a black tile respectively. (0/3/0)

The tiler wants to be able to do a quick cost estimation for the tiles when patios are ordered. He denotes the number of tiles on one side of the patio x and the number of tiles on the other side of the patio y, see figure below.



b) Show that the total cost of the tiles can be determined by the formula $K_{tot} = 52x + 52y + 31.80xy - 104$ for all rectangular patios it is possible to create. The patios *always* contain both black and grey tiles so that the black tiles form a border. (0/0/2)

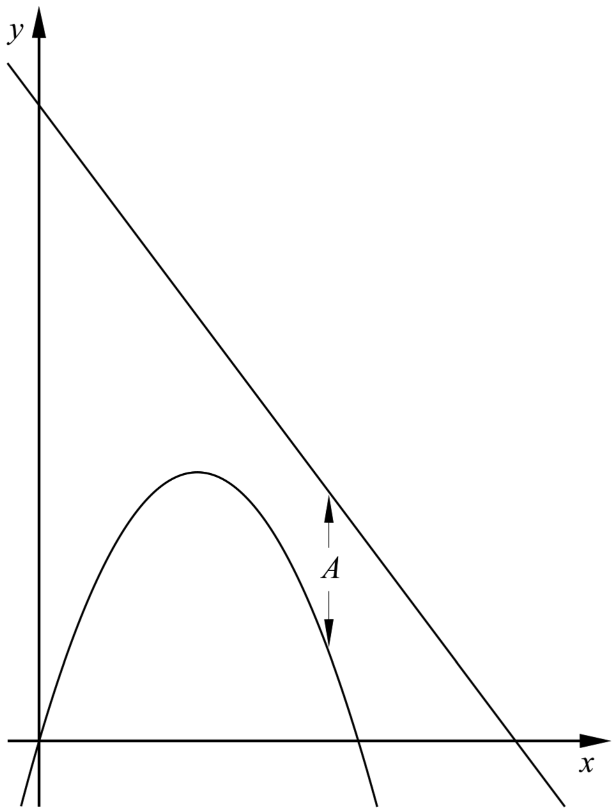
23. Demy and Oskar discuss how much money, in cash, youths their own age bring to school. They decide to do a survey in a class. Demy and Oskar hand out a note with the question "How much money did you bring today?" and get responses from all 19 students in the class. The results can be seen in the box plot below.



Investigate in which interval/s A-D the mean value M can be found. Justify your answer.

A. $0 \le M < 6$
B. $6 \le M < 20$
C. $20 \le M < 31$
D. $31 \le M \le 112$ (0/2/1)

24. The figure below shows the graphs of two functions f and g where $f(x) = -x^2 + 5x$ and $g(x) = -2x + 15$



a) The distance A between the curves in the y-direction depends on the value of x. Determine A as a function of x. (0/0/1)

b) Determine the shortest distance between the curves in the y-direction. (0/0/2)

25. In an isosceles triangle, a line is drawn so that it divides the triangle into one triangle and one trapezium. The base of this new triangle constitutes one of the sides in the trapezium and has length 9.0 cm. The other two sides of the triangle are then both 8.0 cm. Calculate the length of the sides of the trapezium if the triangle and the trapezium have the same circumference. (0/0/4)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\ }, \sqrt[n]{\ }, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (\ ), \%, \{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. *x*-led, *y*-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 1_1 och 1_2 den första respektive andra poängen i uppgift 1.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1_1	1											
	1_2		1										
	2a		1										
	2b		1										
	3			1									
	4a	1											
	4b	1											
	4c					1							
	5a						1						
	5b						1						
	6					1							
	7					1							
	8a						1						
	8b							1					
	9										1		
	10											1	
	11									1			
C	12_1		1										
	12_2		1										
	13a_1		1										
	13a_2		1										
	13b_1						1						
	13b_2						1						
	14_1			1									
	14_2			1									
	15a			1									
	15b			1									
	16_1							1					
	16_2							1					
	17_1										1		
	17_2												1
	17_3												1
D	18_1	1											
	18_2			1									
	19_1			1									
	19_2			1									
	20a				1								
	20b_1				1								
	20b_2								1				
	21a_1							1					
	21a_2							1					
	21b							1					
	22a_1							1					
	22a_2							1					
	22a_3								1				
	22b_1											1	
	22b_2											1	
	23_1								1				
	23_2								1				
	23_3												1
	24a											1	
	24b_1											1	
	24b_2											1	
	25_1									1			
	25_2											1	
	25_3											1	
	25_4												1
	Total	**4**	**7**	**8**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**2**	**8**	**4**
Σ	**57**	**21**				**20**				**16**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Delprov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c														
					Taluppfattning aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problem-lösning		
		E	C	A	T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	P1	P3	P4
B	1	2	0	0							X								
	2a	1	0	0	X														
	2b	1	0	0		X													
	3	1	0	0	X														
	4a	1	0	0											X				
	4b	1	0	0											X				
	4c	0	1	0											X				
	5a	0	1	0					X										
	5b	0	1	0					X										
	6	0	1	0				X			X	X	X						
	7	0	1	0	X		X												
	8a	0	1	0					X										
	8b	0	1	0	X												X		
	9	0	0	1		X													
	10	0	0	1	X												X		
	11	0	0	1							X								
C	12	2	0	0	X														
	13a	2	0	0	X														
	13b	0	2	0	X														
	14	2	0	0							X						X		
	15a	1	0	0								X							
	15b	1	0	0	X							X	X						
	16	0	2	0	X						X						X		
	17	0	0	3	X			X											
D	18	2	0	0												X	X	X	
	19	2	0	0						X							X		
	20a	1	0	0								X	X						
	20b	1	1	0								X	X						
	21a	0	2	0	X												X	X	
	21b	0	1	0	X												X	X	
	22a	0	3	0															
	22b	0	0	2					X										
	23	0	2	1										X	X				
	24a	0	0	1	X						X		X				X		
	24b	0	0	2							X						X		
	25	0	0	4	X					X							X		
Total		21	20	16															

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 21 E-, 20 C- och 16 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev:___________________________ **Klass:**_______________ **Provbetyg:** ____________

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1_1												
	1_2												
	2a												
	2b												
	3												
	4a												
	4b												
	4c												
	5a												
	5b												
	6												
	7												
	8a												
	8b												
	9												
	10												
	11												
C	12_1												
	12_2												
	13a_1												
	13a_2												
	13b_1												
	13b_2												
	14_1												
	14_2												
	15a												
	15b												
	16_1												
	16_2												
	17_1												
	17_2												
	17_3												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												
	20a												
	20b_1												
	20b_2												
	21a_1												
	21a_2												
	21b												
	22a_1												
	22a_2												
	22a_3												
	22b_1												
	22b_2												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	24a												
	24b_1												
	24b_2												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
	25_4												
	Total												
Σ													

	Total	**4**	**7**	**8**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**2**	**8**	**4**
Σ	**57**	**21**				**20**				**16**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 2/0/0**

Godtagbart angiven riktningskoefficient *eller* skärning med *y*-axeln +1 E_B

med godtagbart svar (t.ex. $y = x - 2$) +1 E_P

2. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar ($x = \frac{\lg 3}{\lg 11}$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x = 10^5$) + 1 E_P

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (Alternativ E: $2000 \cdot 1{,}12^x = 4000$) +1 E_M

4. **Max 2/1/0**

a) Korrekt svar (1,8 g/cm^3) +1 E_B

b) Korrekt svar (5,5 g/cm^3) +1 E_B

Kommentar: Svar utan enhet men med korrekt mätetal i deluppgift a) och b) godtas.

c) Godtagbart svar (t.ex. mindre) +1 C_B

5. **Max 0/2/0**

a) Korrekt svar (0) +1 C_P

b) Korrekt svar ($2x - 12$) +1 C_P

6. **Max 0/1/0**

Godtagbart skissad parabel som inte skär x-axeln +1 C_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar $\left(\text{t.ex.} \begin{cases} x + y = 4 \\ x - 3y = 0 \end{cases}\right)$ +1 C_B

8. **Max 0/2/0**

a) Korrekt svar ($\sqrt{2a^2 + 32}$) +1 C_P

b) Korrekt svar ($a > \sqrt{34}$) +1 C_{PL}

9. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (10) +1 A_P

10. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($x_1 = 3 + \sqrt{3}$, $x_2 = 1 + \sqrt{3}$) +1 A_{PL}

11. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (Alternativ D: $ay - bx = 0$) +1 A_B

Delprov C

12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 3$, $y = 5$ och $z = 9$) +1 E_P

13. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 3,\ x_2 = -5$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationen till $x^2 + 2x - 3 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -3,\ x_2 = 1$) +1 C_P

14. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer *y*-koordinaten för punkten *P*, 2,15 +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (6,45 a.e.) +1 E_{PL}

Kommentar: Även ett svar utan enhet eller med annan areaenhet godtas.

15. **Max 2/0/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (8000 mg) +1 E_M

b) Godtagbart svar (40 mm) +1 E_M

16. **Max 0/2/0**

Godtagbar generell ansats, t.ex. sätter in $y = 3x$ i båda ekvationerna +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($b = 5a$) +1 C_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

17. **Max 0/0/3**

Godtagbar generell ansats, t.ex. tecknar ekvationens lösning korrekt,

$$x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{a}}$$ +1 A_P

med välgrundat och nyanserat resonemang som innefattar att uttrycket under rottecknet ska vara större än noll +1 A_R

med fortsatt resonemang som leder till att $a > 2$ för att ekvationen ska få två olika reella rötter +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer korrekt procentsats för andel kanelsnäckor som väger mer än 86 gram, 2,3 % +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (9 kanelsnäckor) +1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer att medelpunktsvinkeln är $60°$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($30°$) +1 E_{PL}

20. **Max 2/1/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang som leder till godtagbart svar (t.ex. ”Grafen skär y på 8 alltså är $c = 8$”) +1 E_R

b)

E	**C**	**A**
Godtagbart enkelt resonemang som leder till korrekt svar.	Godtagbart välgrundat resonemang som bygger på avstånd från symmetrilinjen och som leder till korrekt svar.	
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $4{,}6 = 11{,}5 \cdot a^8$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (11 %) +1 C_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (0,74 MBq) +1 C_M

22. **Max 0/3/2**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (grå platta 31,80 kr och svart platta 57,80 kr) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för antalet grå respektive antalet svarta plattor, grå: $(x-2)(y-2)$ och svarta: $2x+2y-4$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning där det visas att formeln för den totala kostnaden gäller för alla uteplatser som är möjliga +1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/2/1**

E	**C**		**A**
	Godtagbart välgrundat resonemang t.ex. visar insikt om hur penga-summorna fördelas i lådagrammets olika kvartiler *och* att 0, 6, 20, 31 och 112 förekommer minst en gång.	Godtagbart välgrundat resonemang t.ex. visar med två korrekta exem-pel att medelvärdet kan ligga i två av intervallen B, C eller D *eller* visar att intervall A ute-sluts och att medelvär-det kan ligga i ett av intervallen B, C eller D.	Godtagbart välgrundat och nyanserat resone-mang som leder till slutsatsen att medelvär-det kan ligga i alla tre intervallen B, C och D och att medelvärdet inte kan ligga i intervall A.
	1 C_R	2 C_R	2 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/3**

a) Korrekt tecknad avståndsfunktion, t.ex. $A(x) = x^2 - 7x + 15$ +1 A_{PL}

b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer symmetrilinjens ekvation för $A(x)$, $x = 3{,}5$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (2,75 l.e.) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tolkar problemet och ritar en korrekt figur med nödvändiga variabler ansatta +1 A_B

med godtagbar fortsättning, t.ex. tecknar ett korrekt ekvationssystem +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2,24 cm; 2,24 cm; 9,0 cm och 11,5 cm) +1 A_{PL}

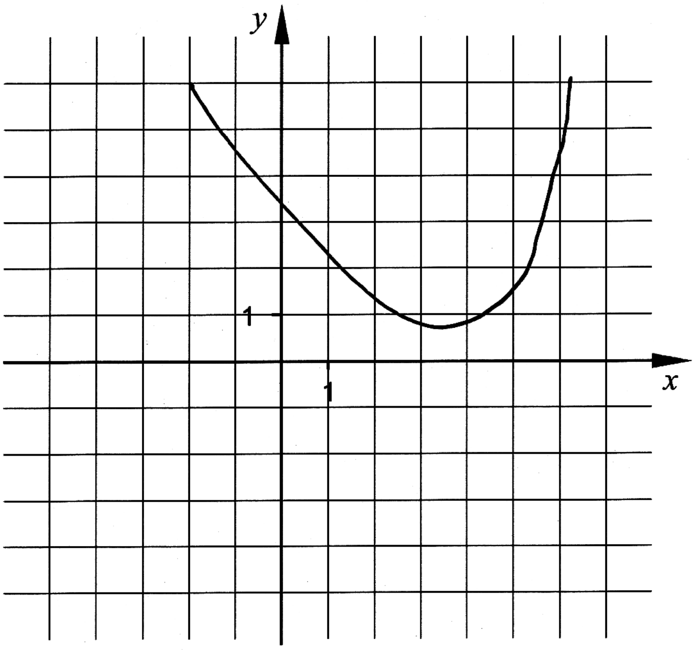
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

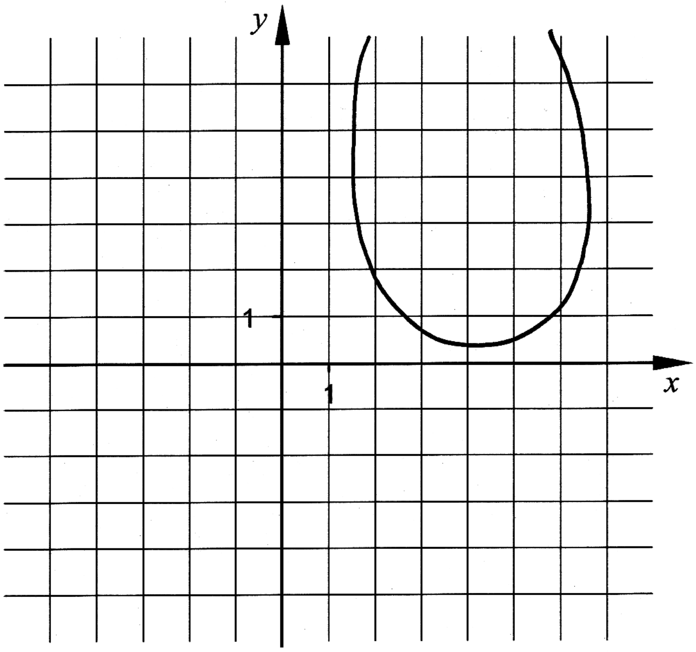
Bedömda elevlösningar

Uppgift 6

Elevlösning 1 (0 poäng)

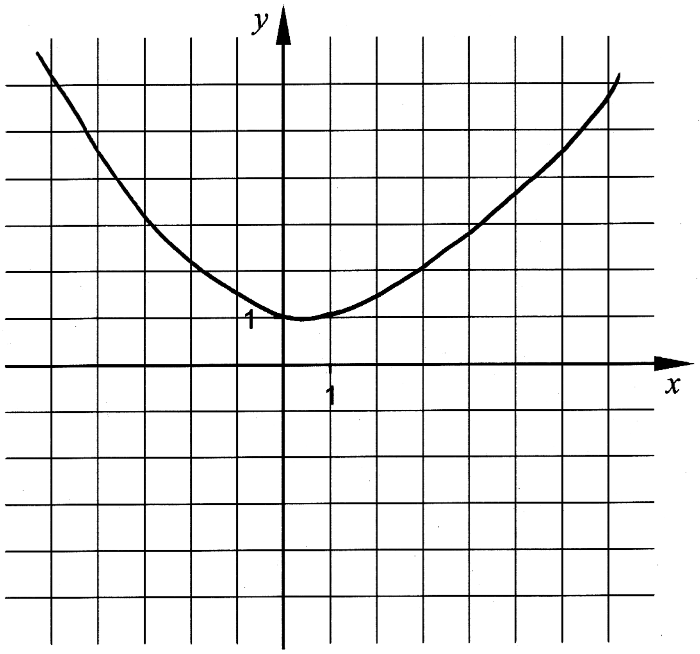


Elevlösning 2 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösning 1 och 2 visar grafer som inte är godtagbart skissade då de inte har formen av en parabel. Elevlösning 1 och 2 ges 0 poäng.

Elevlösning 3 (1 C_B)



Kommentar: Elevlösningen visar en graf som har formen av en parabel och som är tillräckligt symmetrisk för att den ska anses vara godtagbart skissad. Lösningen ges en begreppspoäng på C-nivå.

Uppgift 13a

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 15}$$

$$x = 1 \pm 4$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -3$$

Svar: $x_1 = 5$

$x_2 = -3$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x^2 + 2x = 15$$

$$x^2 + 2x + 1^2 = 15$$

$$(x+1)^2 = 15$$

$$x + 1 = \sqrt{15}$$

$$x = \pm\sqrt{15} + 1$$

Svar: $x_1 = -\sqrt{15} + 1$

$x_2 = \sqrt{15} + 1$

Kommentar: Elevlösningens tredje rad visar felaktig kvadratkomplettering och lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

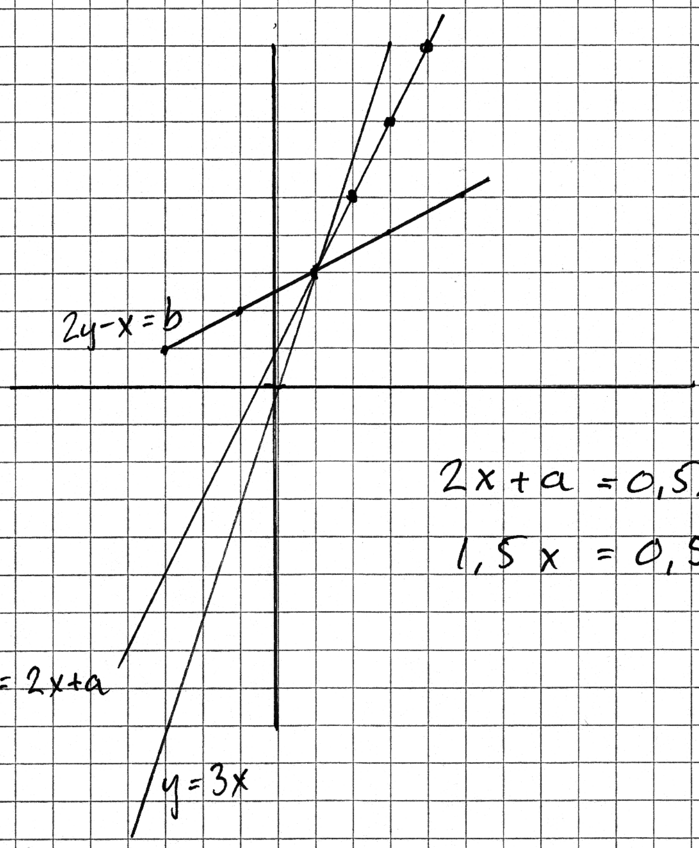
Uppgift 16

Elevlösning 1 (0 poäng)

$y = 3x$

$y = 2x + a$

$2y - x = b \Rightarrow y = 0{,}5x + 0{,}5b$



$2x + a = 0{,}5x + 0{,}5b$

$1{,}5x = 0{,}5b - a$

Både a och b är positiva tal. skärnings-punkten b är alltid större än a.

$$\left.\begin{aligned} y = 2x + a &\Rightarrow x = a \\ 2y - x = b &\Rightarrow 5x = b \end{aligned}\right\} \quad 5a = b$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt slutsats men saknar förklaring till varför $x = a$ och $5x = b$. Eftersom lösningen brister i redovisningen ges den 0 poäng.

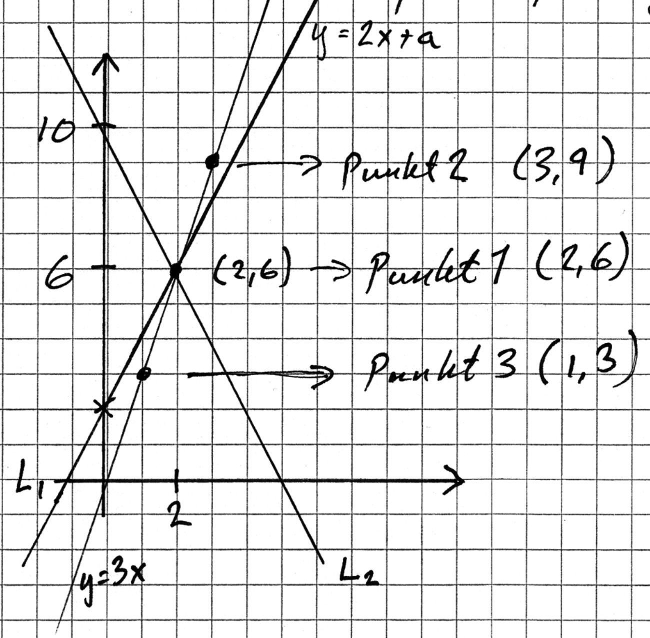
Elevlösning 2 (0 poäng)

$$\begin{cases} L_1 \quad y = 2x + a \\ L_2 \quad 2y - x = b \end{cases}$$

$x = 2y - b$

$2y - x = b \rightarrow 2y = b + x \rightarrow y = 0{,}5x + 0{,}5b$

Skär varandra på linjen $y = 3x$



a	b
1	5
2	10
3	15

$b = a \cdot 5$

Punkt 1

$L_1 \quad y = 2x + a$

$(2,6)$

$6 = 2 \cdot 2 + a$

$a = 2$

$L_2 \quad 2 \cdot 6 - 2 = b$

$b = 10$

$\begin{cases} a = 2 \\ b = 10 \end{cases}$

Ny punkt. Punkt 2

$x = 3,\ y = 9 \quad (3,9)$

$L_1 \Rightarrow 9 = 2 \cdot 3 + a$

$a = 3$

$L_2 \Rightarrow 2 \cdot 9 - 3 = b$

$b = 15$

$\begin{cases} a = 3 \\ b = 15 \end{cases}$

Punkt 3 (1,3)

$L_1 \Rightarrow 3 = 2 \cdot 1 + a$

$a = 1$

$L_2 \Rightarrow 2 \cdot 3 - 1 = b$

$b = 5$

$\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$

Svar: $b = a \cdot 5$

Kommentar: Elevlösningen visar beräkningar på tre specialfall som leder till en korrekt slutsats. Eftersom man utifrån specialfall inte kan dra en generell slutsats ges lösningen 0 poäng.

Elevlösning 3 (2 C_{PL})

$y = 3x$

$y = 2x + a$ $\quad 2x + a = 3x \quad$ $a = x$

$y = \frac{b+x}{2}$ $\quad \frac{b+x}{2} = 3x \quad$ $b = 5x$

$\frac{b}{a} = \frac{5\cancel{x}}{\cancel{x}} = \frac{5}{1}$

Kommentar: Elevlösningen visar generella beräkningar som leder till en korrekt slutsats. Redovisningen är knapphändig men anses godtagbar. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 17

Elevlösning 1 (1 A_P)

$ax^2 - a^2 \cdot x = -2$

$x^2 - ax = \frac{-2}{a}$

$x^2 - ax + \frac{2}{a} = 0$

$x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{2}{a}}$

$x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{a}}$

$ax^2 - a^2 x = -2$

$ax^2 - a^2 x + 2 = 0$

$ax(x - a + 2) = 0$

Svar: $a > 2$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt ansats där ekvationens lösning tecknas korrekt. Slutsatsen $a > 2$ är korrekt men då bakomliggande beräkningar och resonemang inte redovisas uppfylls inte kraven för resonemangspoäng på A-nivå. Lösningen ges en procedurpoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 A_P och 2 A_R)

$$ax^2 - a^2x + 2 = 0$$

$$x^2 - ax + \frac{2}{a} = 0$$

$$\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{2}{a}}$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{a}} \rightarrow \sqrt{\frac{a^3}{4a} - \frac{8}{4a}} \rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{a^3 - 8}{4a}}$$

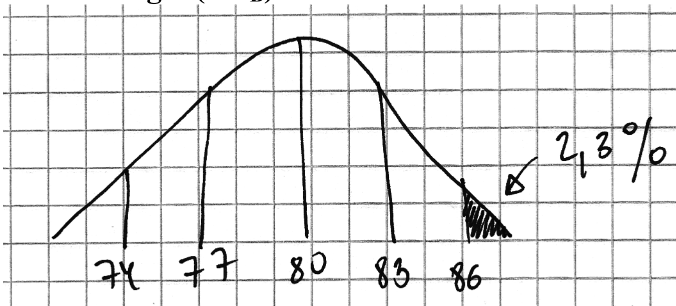
$a^3 > 8$ ges 2 reela rötter

Svar: För att talet ska ge reella rötter måste roten vara positivt För att talet ska ge 2 reella rötter måste roten vara större än 0. Ifall a^3 är större än 8 blir roten större än noll o därför ges 2 reela rötter. $a > 8^{\frac{1}{3}} \rightarrow a > 2$

Kommentar: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekt slutsats. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 E_B)



Svar: 2,3% kanelsnäckor förväntas att väga över 86g.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt bestämning av procentsatsen och ges en begrepps-poäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_B och 1 E_{PL})

$0{,}023 \cdot 400 = 9{,}2 \approx 9$ st

Svar = 9 st

Kommentar: Elevlösningen saknar motivering till var talet 0,023 kommer ifrån men anses ändå nätt och jämnt uppfylla kraven för båda poängen på E-nivå.

Uppgift 20b

Elevlösning 1 (1 E_R)

f(10)

ligger närmare mitten

Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som nätt och jämnt anses godtagbart för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R och 1 C_R)

f(10) är minst eftersom den befinner sig närmast symmetrilinjen.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som bygger på avstånd från symmetrilinjen. Resonemanget anses nätt och jämnt uppfylla kraven även för resonemangspoäng på C-nivå trots att avstånden i *x*-led från symmetrilinjen inte beräknas explicit.

Uppgift 22a

Elevlösning 1 (1 C_M)

$$\begin{cases} 6x + 14y = 1000 \\ 12x + 18y = 1422 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 237 \\ 3x + 7y = 500 \end{cases}$$

$$3 \cdot (118{,}5 - 1{,}5y) + 7y = 500$$
$$(355{,}5 - 4{,}5y) + 7y = 500$$
$$355{,}5 - 4{,}5y = 500 - 7y$$
$$7y - 4{,}5y = 500 - 355{,}5$$
$$\frac{2{,}5y}{2{,}5} = \frac{144{,}5}{2{,}5} \qquad \underline{\underline{57{,}8 = y}}$$

$$x + 1{,}5y = 118{,}5$$
$$x = 118{,}5 - 1{,}5y$$
$$x = 118{,}5 - (1{,}5 \cdot 57{,}8)$$
$$x = 31{,}8$$
$$\underline{\underline{x = 31{,}8}}$$

Kommentar: Elevlösningen visar en lösning där ett korrekt ekvationssystem ställs upp och löses. Variablerna definieras inte och av svaret framgår det inte heller vad en grå respektive en svart platta kostar. Lösningen ges första modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_M)

G = Gråa S = svarta

Uteplats A: $12G + 18S = 1422$

$6G + 14S = 1000$

$\boxed{\begin{array}{l} G = 31{,}80 \text{ kr} \\ S = 57{,}80 \text{ kr} \end{array}}$

Svar: Grå 31,20 kr
Svart 57,80 kr

Kommentar: Elevlösningen visar en lösning där ett korrekt ekvationssystem ställs upp. Svaret är korrekt men redovisning saknas och därmed anses inte lösningen vara godtagbar. Lösningen ges första modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C_M och 1 C_K)

Uteplats A & B

A: kostar 1422 kr B: kostar 1000 kr

Uteplats A: Innehåller 12 gråa och 18 svarta

Uteplats B: Innehåller 6 gråa och 14 svarta

Beräkna var en grå respektive svart platta kostar!

gråa plattor = z svarta plattor = x

A: $y = 1422$ kr $1422 = 12z + 18x$

B: $y = 1000$ kr $1000 = 6z + 14x$

$\Delta y = 422$ kr $\Delta z = 6z$ $\Delta x = 4x$

$422 = 6z + 4x$

$6z = 422 - 4x$

B: $1000 = 6z + 14x \rightarrow 1000 = 422 - 4x + 14x$

$\rightarrow 1000 = 422 + 10x \rightarrow 10x = 1000 - 422$

$10x = 578$ $x = 57{,}8$

$6z = 422 - 4x$

$6z = 422 - 231{,}2 = 190{,}8$

$z = \frac{190{,}8}{6} = 31{,}8$

Svar: gråa kostar: 31,80 kr/st

svarta kostar: 57,80 kr/st

Kommentar: Elevlösningen visar en lösning där ett korrekt ekvationssystem ställs upp och löses. Variablerna *z* och *x* är inte korrekt definierade i början av lösningen men av svaret framgår det att variablerna motsvarar respektive plattas pris. Lösningen är möjlig att följa och förstå även om t.ex. förklaringar till vad Δy, Δz respektive Δx betyder saknas. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikation på C-nivå. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22b

Elevlösning 1 (0 poäng)

exempel 1 : Uteplats B i den förra uppgiften:

$K_{tot} = 52\cdot 5 + 52\cdot 4 + 31{,}8\cdot 5\cdot 4 - 104 =$

$260 + 208 + 636 - 104 = 1000$ kr

exempel 2 : Uteplats A i den förra uppgiften

$K_{tot} = 52\cdot 6 + 52\cdot 5 + 31{,}8\cdot 6\cdot 5 - 104 =$

$312 + 260 + 954 - 104 = 1422$ kr

exempel 3 : $x = 20$

$y = 25$

$52\cdot 20 + 52\cdot 25 + 31{,}8\cdot 20\cdot 25 - 104 =$

$1040 + 1300 + 15900 - 104 = \underline{18136}$

Antal svarta plattor : $20\cdot 25 - 18\cdot 23 = 86$ st

Kostnad — " — : $86\cdot 57{,}8 = 4970{,}8$ kr

Antal gråa plattor : $18\cdot 23 = 414$

Kostnad — " — : $414\cdot 31{,}8 = 13165{,}2$ kr

K_{tot} : $4970{,}8 + 13165{,}2 = \underline{18136}$

Stämmer!

Kommentar: Elevlösningen visar att formeln stämmer för tre specialfall. Beräkningar på specialfall anses inte tillräckligt för att visa att formeln gäller för alla uteplatser enligt det givna mönstret. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (0 poäng)

Lägsta möjliga medelvärde

$$\frac{\frac{18}{4}\cdot 0+\frac{18}{4}\cdot 6+\frac{18}{4}\cdot 20+\frac{18}{4}\cdot 31+112}{19}\approx 19{,}4$$

Högsta möjliga medelvärde

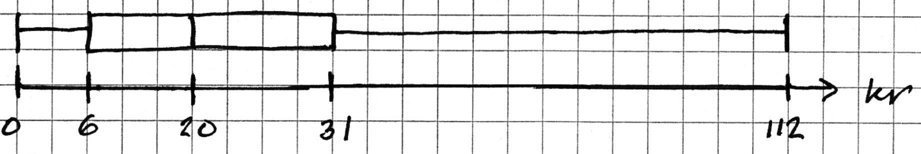
$$\frac{0+\frac{18}{4}\cdot 6+\frac{18}{4}\cdot 20+\frac{18}{4}\cdot 31+\frac{18}{4}\cdot 112}{19}\approx 40{,}0$$

Svar: B, C, D för

medelvärdet kan ligga ca $19{,}4 < M < 40{,}0$

Kommentar: Elevlösningen visar resonemang utan förståelse för att antalet pengasummor i varje kvartil måste vara ett heltal. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)



Medianen: 20 kr Antal personer: 19 st

Vi vet att minst 1 person har 0 kr med sig
minst 1 person har 6 kr med sig
minst 1 person har 20 kr med sig
minst 1 person har 31 kr med sig
minst 1 person har 112 kr med sig
} 5 pers

Det minsta medelvärdet skulle då bli: (om resten av eleverna skulle ha 0 kr)

$$M = \frac{6+20+31+112+(0 \cdot 15)}{19} \approx 8,9 \text{ kr}$$

Det största medelvärdet skulle istället bli: (om resten av eleverna skulle ha 112 kr)

$$M = \frac{0+6+20+31+(112 \cdot 15)}{19} \approx 91,4 \text{ kr}$$

Medelvärdet kan då ligga på allt mellan 8,9 kr → 91,4 kr

$8,9 \leq M \leq 91,4$

Alltså skulle intervallerna C och D stämma.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang utan förståelse för hur pengasummorna fördelas i lådagrammets olika kvartiler. I exemplen läggs 15 värden i första respektive sista kvartilen. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 3 (1 C_R)

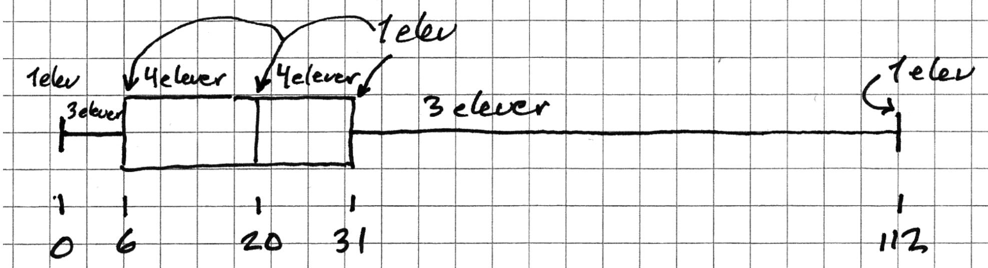
Medianen = 20 kr
Högsta värdet = 112 kr
minsta värdet = 0
Säg att alla har med sig minsta möjliga pengar. Det är 4st som har med sig 0
5 st som har med sig 6
fem stycken som har med sig 20
fyra som har med sig 31 och en som har med sig 112. Då får vi ett medelvärde på 19,26315789 med det är högst ovanligt
Jag tror på ett medelvärde mellan $20 \leq M \lesssim 31$

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt exempel på hur värdena kan vara fördelade i lådagrammet. Slutsatsen som dras baseras inte på det exempel som beräknas och intervall A utesluts inte. Därmed uppfylls inte kraven för andra resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösning 4 (2 C_R och 1 A_R)

Man kan avläsa i lådagrammet att 0 är minsta värdet, 112 är högsta, 20 är medianen, 6 är nedre kvartil och 31 är övre kvartil.

De olika medelvärden som funkar beräknas genom att man räknar ut det lägsta medelvärdet och det högsta.



Medianen är det mittersta värdet av de 19 eleverna. Det betyder att 9 elever är till höger och 9 elever är till vänster. Nedre kvartilen är den mittersta av de 9 eleverna vilket ger 4 elever under kvartilen och 4 över. Samma sak för övre kvartilen.

Minsta medelvärde : $\dfrac{4\cdot0+5\cdot6+5\cdot20+4\cdot31+112\cdot1}{19} \approx 19,3$

Högsta medelvärde : $\dfrac{1\cdot0+4\cdot6+5\cdot20+5\cdot31+4\cdot112}{19} \approx 38$

Medelvärdet kan ligga i intervallet $19,3 \leq M \leq 39$

Det inkluderar alltså B, C och D.

Svar: Medelvärdet kan ligga i intervallen B, C och D.

Kommentar: Elevlösningen visar ett fullständigt och korrekt resonemang som visar hur värdena i lådagrammet kan fördelas. Lösningen ges alla resonemangspoäng som är möjliga att få.

Uppgift 24b

Elevlösning 1 (0 poäng)

$f(x) = -x^2 + 5x$ $\quad g(x) = -2x + 15$

Genom grafisk lösning får jag ut koordinaterna för grafen f och g där det är som smalast

f:s koordinater är (3,65 ; 4,93) g:s koordinater är (3,65 ; 7,69)

$d = \sqrt{0^2 + 2{,}773^2}$

$d = 2{,}773$ l.e. $\quad$ SVAR: $\approx 2{,}771$ l.e.

Kommentar: Elevlösningen innehåller en prövning gjord på grafräknare. Grafisk prövning anses inte vara en godtagbar metod för att bestämma minsta avståndet. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (2 A_{PL})

funktionen $x^2 - 7x + 15$ har vid vertex samma avstånd från $y = 0$ som A.

$\text{vertex} = -\frac{p}{2} = -\frac{(-7)}{2} = 3{,}5$

$3{,}5^2 - 7 \cdot 3{,}5 + 15 = 2{,}75$

Svar: $A = 2{,}75$

Kommentar: Elevlösningen visar hur minsta avståndet bestäms korrekt. Motiveringarna är knapphändiga men lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_{PL})

$f(x) = -x^2 + 5x$ $\quad g(x) = -2x + 15$

$-x^2 + 5x - -2x + 15$

Max

$x = 3{,}5$ $\quad$ x-calc

koordinater: 3,5 ; 5,25

3,5 ; 8

$f(3{,}5)$

$g(3{,}5)$

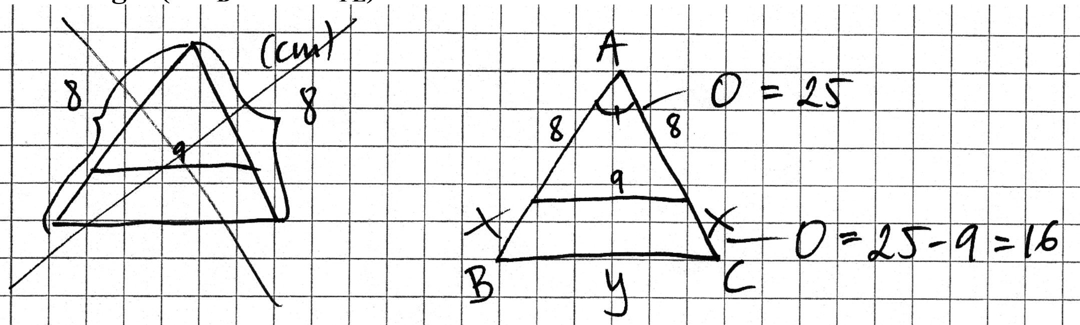
$8 - 5{,}25 = 2{,}75$

2,75 minsta avstånd y-led

Kommentar: Elevlösningen visar hur minsta avståndet bestäms med hjälp av grafräknare. Motiveringarna är knapphändiga men lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (1 A_B och 2 A_{PL})



$\angle DAE = \angle BAC$ ① $\boxed{2x + y = 16 \text{ cm}}$

$\angle D = \angle B$ (då likbent) & $\angle E = \angle C$

Topptriangelsatsen: $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

$$\frac{8}{(8+x)} = \frac{9}{y}$$

$$\begin{cases} ① \; 2x + y = 16 \\ ② \; y = 9 + 1{,}125x \end{cases}$$

$$\frac{8y}{(8+x)} = 9$$

$8y = 9(8+x)$

$8y = 72 + 9x$

$y = \frac{72 + 9x}{8}$ ② $\boxed{y = 9 + 1{,}125x}$

① $2x + (9 + 1{,}125x) = 16$

$2x + 9 + 1{,}125x = 16$

$2x + 1{,}125x = 16 - 9$

$3{,}125x = 7$

$x = 2{,}24$

② $y = 9 + 1{,}125 \cdot 2{,}24$

$y = 11{,}52 \text{ cm}$

Svar:

$x = 2{,}24 \text{ cm}$

$y = 11{,}52 \text{ cm}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt ritad figur med nödvändiga variabler ansatta. När parallelltrapetsets omkrets tecknas används likhetstecknet felaktigt, $O = 25 - 9 = 16$. Pilarna som används genom lösningen har olika betydelser vilket gör att lösningen inte är helt lätt att följa och förstå. Bristerna ovan gör att kraven för kommunikationspoäng inte uppfylls. Sammantaget ges lösningen en begreppspoäng och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2c

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
T9 Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11 Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
T12 Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

Geometri

G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
G4 Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

Samband och förändring

F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4 Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.