Del B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 11-16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 74 poäng varav 27 E-, 25 C- och 22 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 28 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 58 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

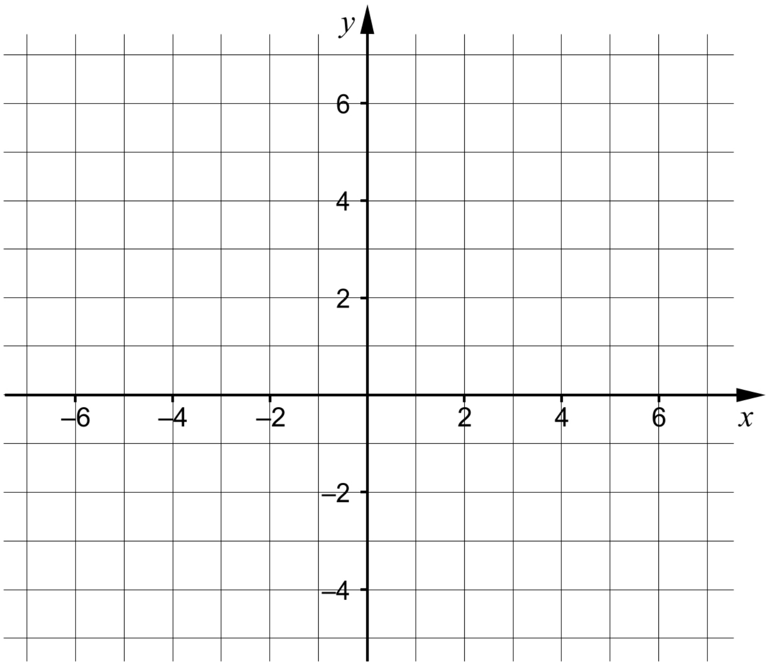
Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1.

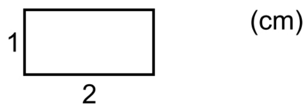


a) Rita linjen $y = 2x + 1$ i koordinatsystemet. (1/0/0)

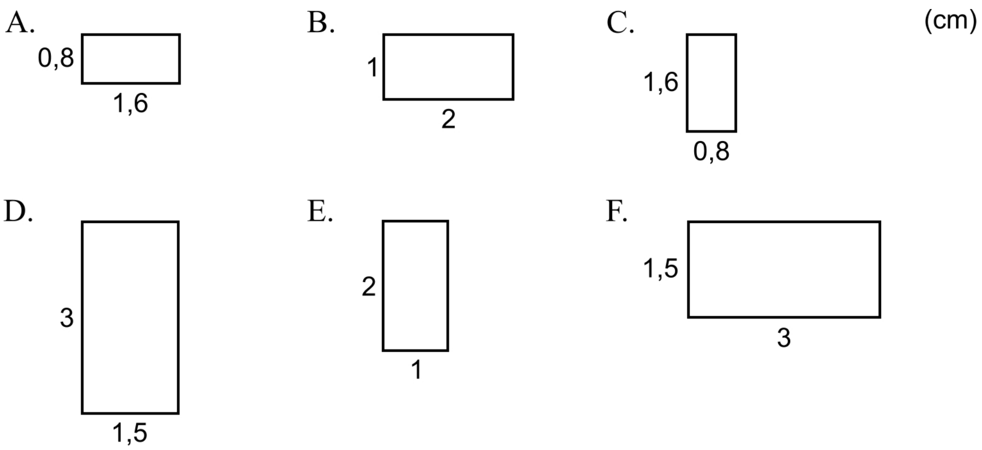
b) Ge ett exempel på en ekvation för en annan linje som är parallell med linjen i uppgift a).

_______________________ (1/0/0)

2. I figuren visas en rektangel.



Vilka av rektanglarna A-F är kongruenta med rektangeln ovan?



_______________________ (1/0/0)

3. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $x^2 - 4x = 0$ ______________________ (1/0/0)

b) $10^x = 5$ ______________________ (1/0/0)

c) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{2}$ ______________________ (0/1/0)

4. För andragradsfunktionen f gäller att $f(x) = (x-4)(x-8)$

a) Ange koordinaterna för en punkt som ligger på funktionens graf.

______________________ (1/0/0)

b) För vilket värde på x har funktionens graf en minimipunkt?

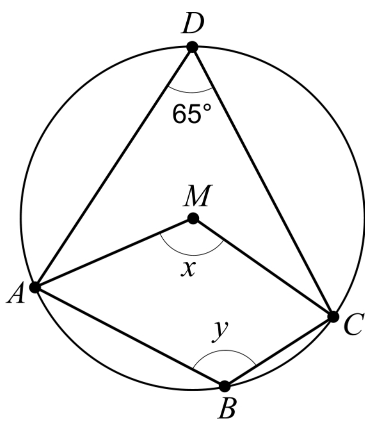
______________________ (0/1/0)

5. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(x+3)^2 - x^2$ ______________________ (1/0/0)

b) $4\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{x}{2}+1\right)$ ______________________ (0/1/0)

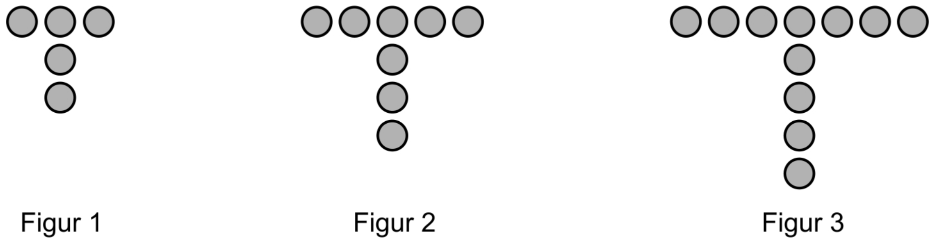
6. Fyrhörningen *ABCD* är inskriven i en cirkel med medelpunkten *M*.



a) Bestäm vinkeln *x*. ______________________ (1/0/0)

b) Bestäm vinkeln *y*. ______________________ (0/1/0)

7. Bilden visar tre figurer som består av prickar. Figurerna bildas enligt ett mönster. Fler figurer kan bildas enligt samma mönster.



a) Hur många prickar har Figur 4? ____________________ (1/0/0)

b) Bestäm ett uttryck för antalet prickar i Figur *n*.

____________________ (0/1/0)

8. Ge ett exempel på en andragradsekvation som saknar reella rötter.

____________________ (0/1/0)

9. Vad ska stå i rutan för att det linjära ekvationssystemet

$\begin{cases} 2x+5y=35 \\ \square x+3y=21 \end{cases}$ ska ha oändligt många lösningar?

____________________ (0/0/1)

10. Förenkla uttrycket $\dfrac{4^m + 4^m \cdot 4^m + 4^m}{4^m}$ så långt som möjligt.

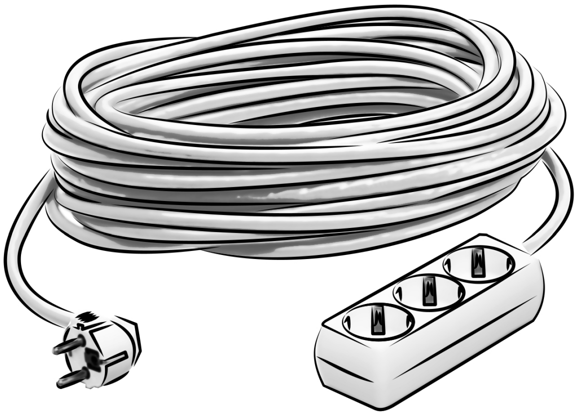
____________________ (0/0/1)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Lös ekvationen $x^2 + 2x - 24 = 0$ algebraiskt. (2/0/0)

12. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 4x + y = 20 \\ x - 2y = -13 \\ y + z = 12 \end{cases}$ algebraiskt. (2/0/0)

13. Ett företag tillverkar förlängningssladdar. Sladdarnas längder förväntas vara normalfördelade med medelvärdet 25 m och standardavvikelsen 0,10 m. Endast sladdar som är längre än 24,8 m får säljas.



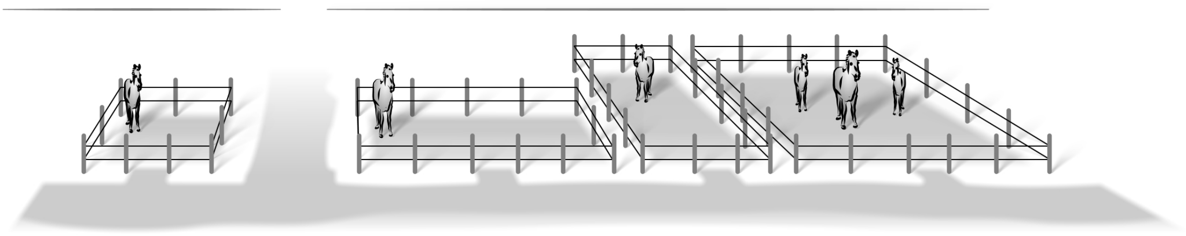
Under en dag tillverkar företaget 1000 sladdar. Hur många av dessa får säljas? (3/0/0)

14. Lös ekvationerna.

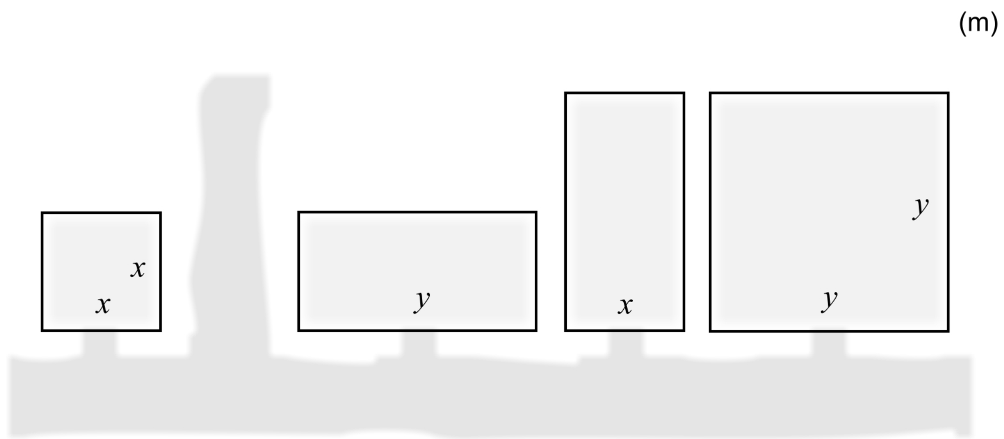
a) $\lg 2 + \lg(x - 6) = \lg 14 - \lg x$ (0/0/3)

b) $4^x = 2^{4x+5}$ (0/0/2)

15. Bilden visar fyra hästhagar som är kvadratiska respektive rektangulära med sidlängderna x och y meter.



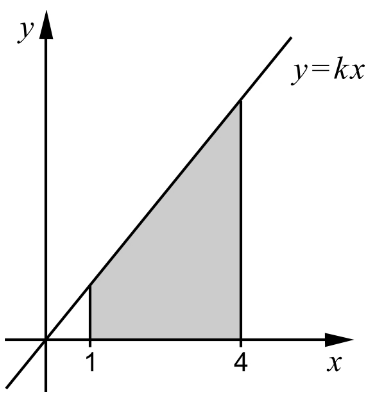
Nedan visas en skiss över hur hagarna ser ut ovanifrån.



Hästarna ska flyttas till en ny gemensam hage. Den nya hagen är kvadratisk och har lika stor area som de fyra ursprungliga hagarna tillsammans.

Bestäm ett förenklat uttryck för sidans längd hos den nya hagen. (0/1/1)

16. Ett område begränsas av x-axeln, linjerna $x = 1$ och $x = 4$ samt den räta linjen $y = kx$ där $k > 0$



Bestäm riktningskoefficienten k algebraiskt så att områdets area blir exakt 10 areaenheter. (0/0/4)

Del D	Uppgift 17-25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 74 poäng varav 27 E-, 25 C- och 22 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 28 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 58 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Karin köper en ny dator. Datorns värde V kr förväntas minska enligt modellen $V = 8000 \cdot 0{,}67^t$ där t är antal år efter inköpet.

Efter hur lång tid har datorns värde minskat till en fjärdedel av värdet vid inköpet? (2/0/0)

18. En fabrik fyller konservburkar med ärtsoppa. Vikten på varje burk ska vara 400 gram. Varje dag tar man ett stickprov på 10 burkar för att kontrollera vikten. En dag uppmättes burkarnas vikter (i gram) enligt tabellen nedan.

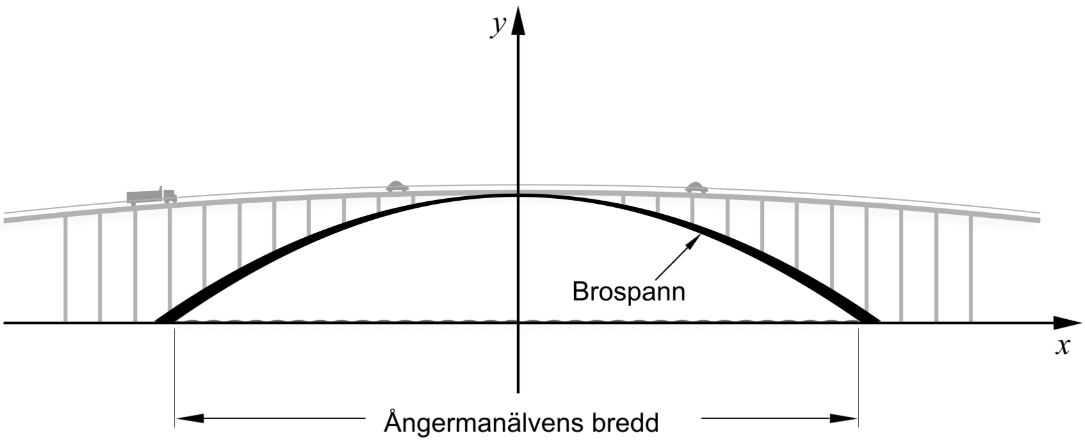
401	396	400	403	399	397	402	404	398	400

Fabriken har kravet att standardavvikelsen inte får vara större än 2,5 gram.

a) Undersök om fabriken uppfyller sitt krav denna dag. (2/0/0)

b) Beskriv vad standardavvikelsen säger om ett statistiskt material. (1/1/0)

19. Sandöbron är en bro över Ångermanälven. Bron byggdes 1943 och var fram till 1964 världens största betongbro med endast ett brospann.



Formen på brospannet kan beskrivas med andragradsfunktionen *h* där

$$h(x) = -0{,}0023x^2 + 40$$

$h(x)$ är höjden i meter över vattnet.
x är avståndet i meter längs vattenytan från mitten av bron.

a) Hur högt över vattnet kör bilarna när de passerar brons högsta punkt?
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Beräkna bredden på Ångermanälven under bron. (0/2/0)

20. En bagare vill räkna ut vad det kostar att tillverka en chokladboll. I kostnaden räknar bagaren in en arbetskostnad samt kostnaden för ingredienserna. En stor chokladboll som väger 80 g kostar då totalt 8 kr att tillverka.

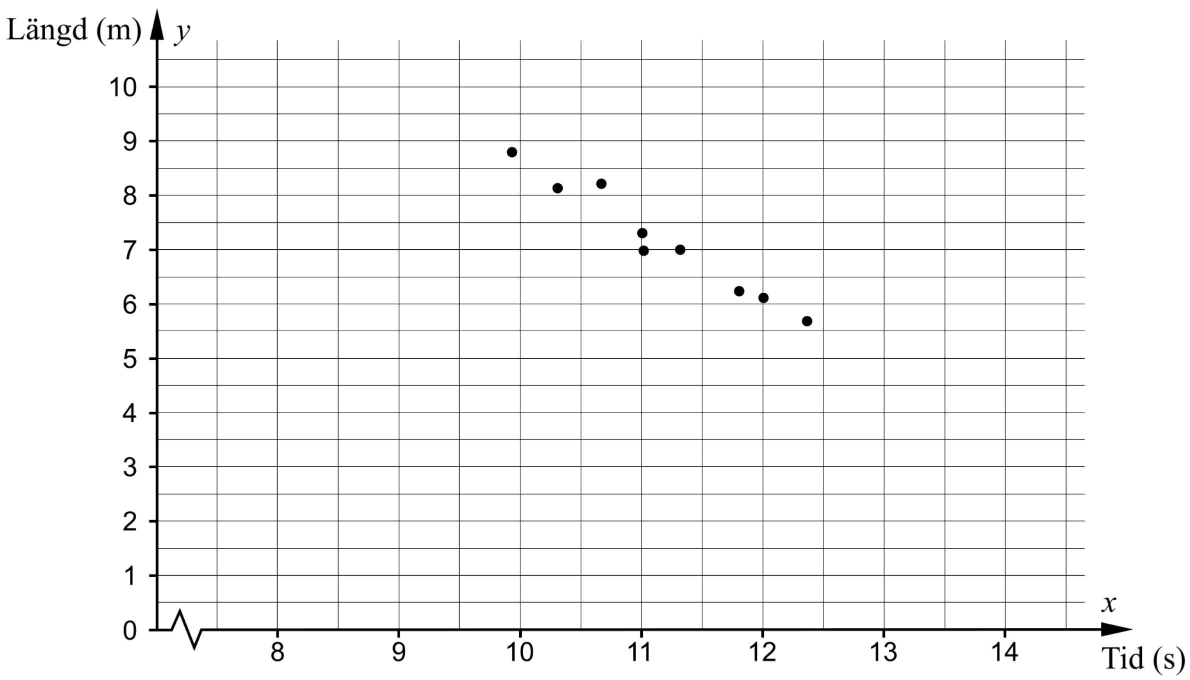
Många kunder tycker att en sådan chokladboll är för stor. Därför har bagaren även börjat göra små chokladbollar. En liten chokladboll väger 45 g och kostar totalt 6 kr att tillverka.

Bagaren räknar med att det är samma arbetskostnad att tillverka en stor chokladboll som att tillverka en liten chokladboll.

Bestäm arbetskostnaden för en chokladboll. (0/4/0)

21. Nio personer som tävlar i både längdhopp och 100 meter löpning uppger sina bästa resultat. Deras resultat är redovisade i tabellen och markerade i diagrammet nedan.

100 m löpning Tid (s)	**Längdhopp** Längd (m)
9,92	8,79
10,3	8,13
10,66	8,21
11,00	7,30
11,01	6,98
11,31	7,00
11,80	6,23
12,00	6,11
12,36	5,69



Det verkar finnas ett linjärt samband mellan hopplängd och tid på 100 meter löpning.

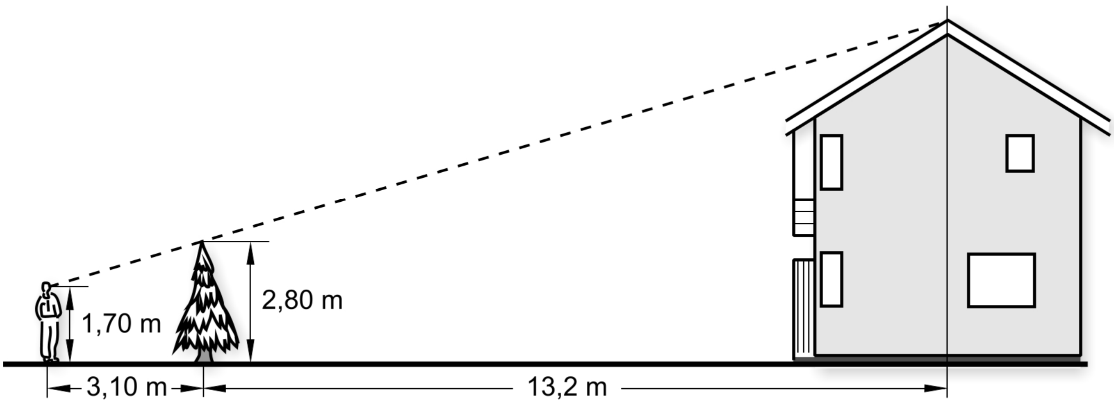
a) Anpassa en rät linje till punkterna och bestäm sambandet för linjen på formen $y = kx + m$ (0/2/0)

Det linjära sambandet kan ses som en modell för hur hopplängd beror av tid på 100 meter löpning.

b) Usain Bolt har världsrekordet på 100 m löpning med tiden 9,58 sekunder. Hur långt skulle Usain Bolt kunna hoppa i längdhopp enligt modellen? (1/0/0)

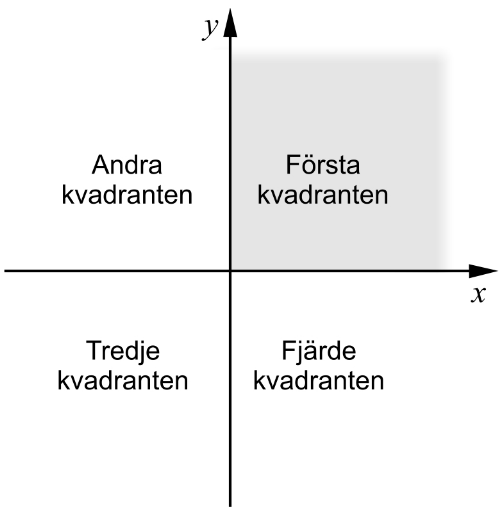
c) Kommentera om modellen har någon begränsning. (0/1/0)

22. Rickard har fått i uppgift att bestämma höjden på ett hus. För att göra detta tar han hjälp av en gran som står framför huset. Rickard ställer sig så att han ser toppen på granen och toppen på taket sammanfalla. Han gör en markering där han står. Därefter tar han mått på nödvändiga sträckor och skriver in dem i skissen nedan.



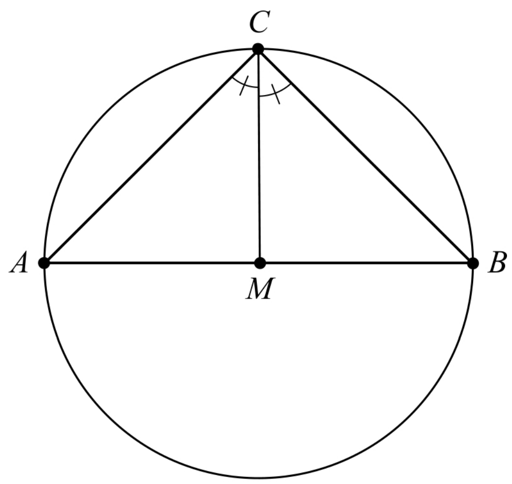
Beräkna hur högt huset är. (0/4/0)

23. De två räta linjerna $y = ax - 2$ och $y = x - 1$, där a är en konstant, skär varandra i första kvadranten.



Undersök vilka värden som är möjliga för konstanten a. (0/1/2)

24. Figuren visar en triangel *ABC* som är inskriven i en cirkel. Sidan *AB* går genom cirkelns medelpunkt *M*. Vinklarna *ACM* och *BCM* är lika stora.

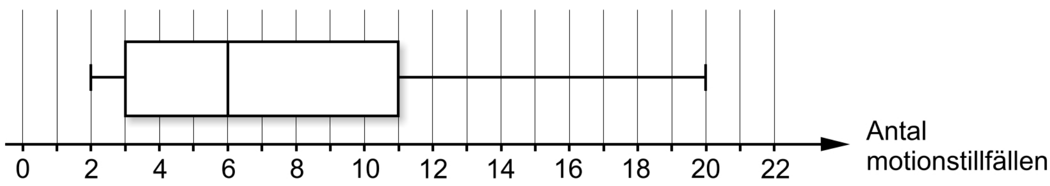


Visa att sträckan *CM* är vinkelrät mot sträckan *AB*. (1/1/2)

25. I en statistisk undersökning fick 11 personer svara på frågan:

”Hur många gånger har du motionerat den senaste månaden?”

Resultatet av undersökningen sammanställdes i ett lådagram.



Mellan vilka värden kan medelvärdet av antalet motionstillfällen ligga? (0/1/3)

Till eleven - Information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater och din lärare när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är

Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning

Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin

När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.

Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”*x* upphöjt till 2” eller ”*x* i kvadrat”.

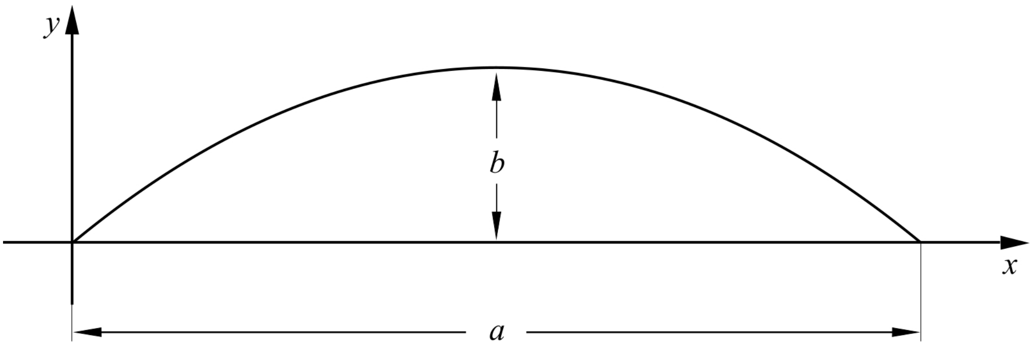
Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”*f* av *x*”.

Uppgift 1. Andragradsfunktion

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Figuren nedan visar grafen till andragradsfunktionen $y = 3x - x^2$



a) Hur långt är avståndet *a*?

b) Hur långt är avståndet *b*, det vill säga avståndet mellan kurvans högsta punkt och *x*-axeln?

Uppgift 2. Skolmateriel

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Inför skolstarten har Hanna och Lukas gått till bokhandeln för att köpa block och skrivmateriel. Bokhandeln säljer block för 12 kr styck men även pennor och suddgummin. Hanna köper fyra block, tre pennor och sex suddgummin och betalar 78 kr. Lukas köper sju block, åtta pennor och två suddgummin och betalar 122 kr.

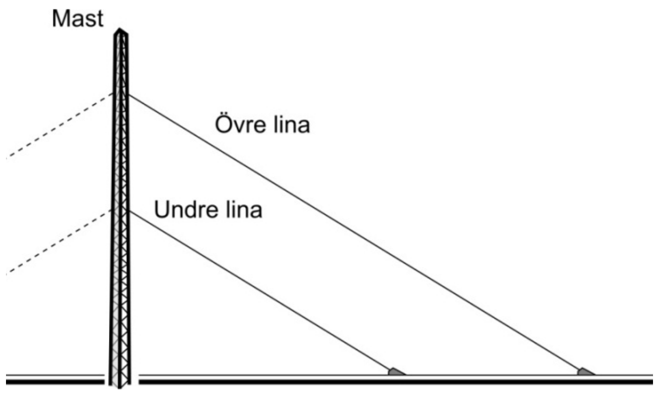
Vad kostar en penna respektive ett suddgummi?

Uppgift 3. Masten

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En 30 meter hög mast är fäst med linor som går från masten snett ner till marken. Den övre linan är 40 meter lång och har sitt fäste 5 meter under mastens topp. Den undre linan har sitt fäste ytterligare 10 meter längre ner på masten. Den är spänd parallellt med den övre linan. Masten står vinkelrätt mot marken.



a) Hur långt ut från masten är den övre linan fäst i marken?

b) Hur lång är den undre linan?

Uppgift 4. Maxpuls för kvinnor

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En grupp kvinnor ingår i en studie där man undersöker hur kvinnornas maxpuls varierar med deras ålder. Kvinnorna är 15 år första gången man mäter deras maxpuls. Sedan gör man ytterligare två mätningar då kvinnorna är 30 år respektive 40 år.

Ålder *x* (år)	Maxpuls *y* (slag/minut)
15	194
30	182
40	174

Tabellen visar värden för Lisa, en av kvinnorna i gruppen.

a) Undersök om värdena i tabellen bildar ett linjärt samband.

b) Bestäm med hjälp av tabellen ett algebraiskt samband för hur Lisas maxpuls y slag/minut beror av åldern x år och använd ditt samband för att avgöra vid vilken ålder hon har maxpulsen 146 slag/minut.

Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	**E**	**C**	**A**	**Max**
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankgången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning - Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 11_1 och 11_2 den första respektive andra poängen i uppgift 11.

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1				1								
	M_2												1
	M_3				1								
	M_4												1
	M_5				1								
	M_6								1				
	M_7												1
Del B	1a		1										
	1b	1											
	2	1											
	3a		1										
	3b		1										
	3c						1						
	4a	1											
	4b					1							
	5a		1										
	5b						1						
	6a	1											
	6b					1							
	7a			1									
	7b							1					
	8					1							
	9									1			
	10										1		
Del C	11_1		1										
	11_2		1										
	12_1		1										
	12_2		1										
	13_1	1											
	13_2			1									
	13_3			1									
	14a_1										1		
	14a_2										1		
	14a_3										1		
	14b_1										1		
	14b_2										1		
	15_1							1					
	15_2											1	
	16_1											1	
	16_2											1	
	16_3											1	
	16_4												1

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	17_1			1									
	17_2			1									
	18a_1		1										
	18a_2				1								
	18b_1	1											
	18b_2					1							
	19a			1									
	19b_1							1					
	19b_2							1					
	20_1							1					
	20_2							1					
	20_3							1					
	20_4								1				
	21a_1						1						
	21a_2						1						
	21b			1									
	21c							1					
	22_1							1					
	22_2							1					
	22_3							1					
	22_4								1				
	23_1								1				
	23_2												1
	23_3												1
	24_1				1								
	24_2								1				
	24_3												1
	24_4												1
	25_1					1							
	25_2											1	
	25_3											1	
	25_4												1
	Total	**6**	**9**	**7**	**5**	**5**	**4**	**11**	**5**	**1**	**6**	**6**	**9**
Σ	**74**	**27**				**25**				**22**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c														
					Taluppfattning aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problem-lösning		
		E	C	A	T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	PI	P3	P4
Del A		3	1	3															
Del B	1a	1	0	0							X	X							
	1b	1	0	0							X								
	2	1	0	0						X									
	3a	1	0	0	X														
	3b	1	0	0	X	X													
	3c	0	1	0	X														
	4a	1	0	0								X	X						
	4b	0	1	0									X						
	5a	1	0	0					X										
	5b	0	1	0					X										
	6a	1	0	0						X									
	6b	0	1	0						X									
	7a	1	0	0							X						X		
	7b	0	1	0							X						X		
	8	0	1	0				X									X		
	9	0	0	1	X		X												
	10	0	0	1					X								X		
Del C	11	2	0	0	X														
	12	2	0	0	X		X												
	13	3	0	0											X	X	X	X	
	14a	0	0	3		X													
	14b	0	0	2	X														
	15	0	1	1					X								X		
	16	0	0	4						X	X						X		
Del D	17	2	0	0	X	X											X	X	
	18a	2	0	0											X		X	X	
	18b	1	1	0											X				
	19a	1	0	0									X						
	19b	0	2	0	X							X	X						
	20	0	4	0	X												X	X	
	21a	0	2	0							X			X					
	21b	1	0	0							X								
	21c	0	1	0							X								
	22	0	4	0						X							X	X	
	23	0	1	2	X						X						X		
	24	1	1	2						X									
	25	0	1	3											X		X		
Total		27	25	22															

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 74 poäng varav 27 E-, 25 C- och 22 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 28 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 36 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 48 poäng varav 7 poäng på A-nivå
A: 58 poäng varav 12 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart ritad linje	+1 E_P
b)	Korrekt svar (t.ex. $y = 2x + 2$)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (B och E)	+1 E_B
3.		**Max 2/1/0**
a)	Korrekt svar ($x_1 = 0$ och $x_2 = 4$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x = \lg 5$)	+1 E_P
	Kommentar: Svaret $x = \frac{\lg 5}{\lg 10}$ ger också poäng.	
c)	Korrekt svar ($x = \sqrt{2}$)	+1 C_P
4.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar (t.ex. (0, 32))	+1 E_B
b)	Korrekt svar ($x = 6$)	+1 C_B
5.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar ($6x + 9$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x^2 - 4$)	+1 C_P
6.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar (130°)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (115°)	+1 C_B

7. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar (14) +1 E_{PL}

b) Korrekt svar ($3n+2$) +1 C_{PL}

Kommentar: Även uttrycket $5+3(n-1)$ bedöms som ett korrekt svar.

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $x^2=-1$) +1 C_B

9. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (1,2) +1 A_B

10. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($2+4^m$) +1 A_P

Del C

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1=-6$, $x_2=4$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

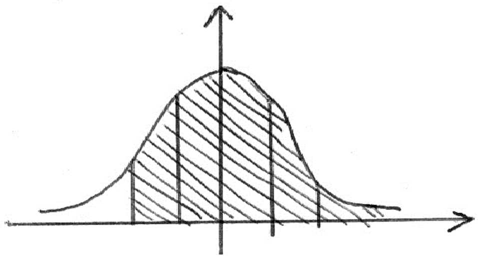
12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x=3$, $y=8$) +1 E_P

13. **Max 3/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar figur som illustrerar problemet
t.ex.



+1 E_B

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer korrekt procentsats för andel sladdar som får säljas, 97,7 % +1 E_{PL}

med godtagbart svar (977 sladdar) +1 E_{PL}

14. **Max 0/0/5**

a) Godtagbar ansats, t.ex. omskrivning av ekvationen till $\lg 2(x-6) = \lg \frac{14}{x}$ +1 A_P

med korrekt omskrivning till och korrekt lösning av andragradsekvationen, $x_1 = 7,\ x_2 = -1$ +1 A_P

Uteslutning av falsk rot och korrekt svar ($x = 7$) +1 A_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. omskrivning av ekvationen till $2^{2x} = 2^{4x+5}$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2{,}5$) +1 A_P

15. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett förenklat uttryck för den nya hagens area, $x^2 + 2xy + y^2$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x + y$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, tecknar relevanta sidlängder för bestämning av arean, t.ex. k och $4k$ +1 A_{PL}

med korrekt tecknad ekvation, t.ex. $\frac{4 \cdot 4k}{2} - \frac{1 \cdot k}{2} = 10$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($k = \frac{4}{3}$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer vara likhetstecken och tydlig figur med beteckningar för sidlängder och areor etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Del D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $2000 = 8000 \cdot 0{,}67^t$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (ca 3,5 år) +1 E_M

18. **Max 3/1/0**

a) Godtagbar ansats, korrekt beräknad standardavvikelse, 2,58 g +1 E_P

Godtagbar slutsats utifrån beräknad standardavvikelse (t.ex. ”Nej, standardavvikelsen 2,58 är för stor.”) +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar översiktlig beskrivning, t.ex. ”Den säger något om spridningen.” +1 E_B

där beskrivningen är mer utförlig, t.ex. ”Den är ett mått på hur mycket värdena avviker från medelvärdet.” +1 C_B

19. **Max 1/2/0**

a) Korrekt svar (40 m) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $-0{,}0023x^2 + 40 = 0$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (264 m) +1 C_M

20. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att kostnaden för ingredienserna ges som produkten mellan vikten och en okänd variabel (*b* i ekvationssystemet nedan) +1 C_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. tecknar ekvationssystemet $\begin{cases} a + 80b = 8 \\ a + 45b = 6 \end{cases}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3,43 kr) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer vara likhetstecken, definition av införda variabler med enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 1/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer linjens *k*-värde till ett värde i intervallet $-1{,}5 \leq k \leq -1{,}0$ +1 C_P

med godtagbar bestämning av sambandet (t.ex. $y = -1{,}3x + 21{,}5$) +1 C_P

Kommentar: Elev som bestämmer sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

b) Godtagbar bestämning av Bolts hopplängd, t.ex. genom avläsning i diagrammet (9,0 meter) +1 E_M

Kommentar: Om eleven bestämmer ett felaktigt linjärt samband i a)-uppgiften, t.ex. $y = -0{,}65x + 12{,}4$ så kan ändå full poäng erhållas på de följande deluppgifterna.

c) Godtagbar utvärdering av modellen, t.ex. anger ett specialfall som visar att modellen är orimlig för lägre hastigheter +1 C_M

22. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation för att beräkna någon relevant sträcka, t.ex. $\dfrac{x}{13{,}2 + 3{,}10} = \dfrac{2{,}8 - 1{,}7}{3{,}10}$ +1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. löser ekvationen +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (7,5 m) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer vara trigonometriska termer och symboler, likhetstecken, vinkelbeteckningar, hänvisning till likformighet eller till räta linjens ekvation, tydlig figur med införda beteckningar och mätvärden etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/1/2**

Godtagbar ansats, t.ex. godtagbart resonemang som leder till slutsatsen att linjerna kan skära varandra om $a > 1$ +1 C_R

med i övrigt godtagbart resonemang med godtagbart svar ($1 < a < 2$) +1 A_R

Kommentar: Ett resonemang som baseras på att *x*-axeln ingår i första kvadranten godtas. Därmed godtas även intervallet $1 < a \leq 2$.

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer vara likhetstecken, olikhetstecken, tydlig figur och termer såsom linje, lutning, riktningskoefficient etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 1/1/2**

Lösning som utgår från användning av likbenta trianglar:

E	C	A
Påbörjar ett resonemang, t.ex. ”Triangeln *ACM* är likbent och då är $\wedge CAM = \wedge ACM$ ”. 1 E_R	Slutför hela resonemanget, men någon motivering kan saknas eller vara bristfällig. 1 E_R och 1 C_R	Slutför ett fullständigt korrekt resonemang. 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer vara vinkelbeteckningar, likhetstecken och termer såsom radie, basvinklar, likbent triangel etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att värdena 2, 3, 6, 11 och 20 motsvarar minsta värde, nedre kvartil, median, övre kvartil och största värde +1 C_B

med godtagbar fortsättning, ansätter tänkbara värden som visar på insikt om att minsta medelvärdet ges av att de övriga observationerna anses vara så låga som möjligt eller att största medelvärdet ges av att de övriga observationerna anses vara så höga som möjligt +1 A_{PL}

med korrekt svar (”Mellan 6,6 och 9”) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer vara olikhets-tecken, tydlig figur samt termer såsom undre och övre kvartil, median, medel-värde etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 11

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 24}$$

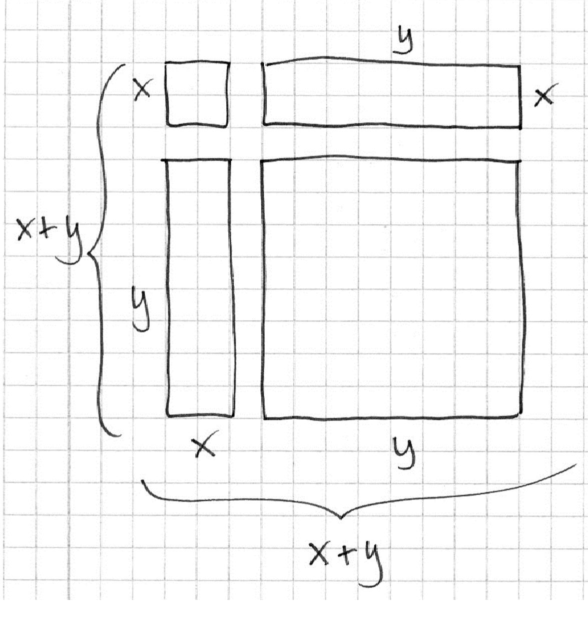
$$x_1 = 1 + 5 = 6$$

$$x_2 = 1 - 5 = -4$$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragrads-ekvationen. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 C_M och 1 A_{PL})

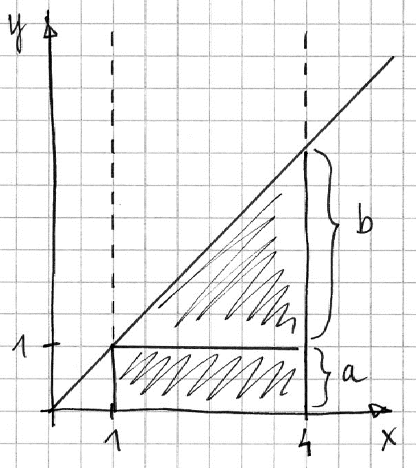


Alltså måste sidan vara $x + y$ lång.

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar geometrisk lösning av problemet. Lösningen ges båda poängen.

Uppgift 16

Elevlösning 1 (0 poäng)



$a = 1$

$3 \cdot 1 = 3$ le^2

$b = 3$

$\frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$ le^2

$3 + 4{,}5 = 7{,}5$ le^2

a och b måste vara större

$a = 1{,}5$ och $b = 4{,}5$

$3 \cdot 1{,}5 = 4{,}5$

$\frac{3 \cdot 4{,}5}{2} = 6{,}25$

$6{,}25 + 4{,}5 = 10{,}75$ för stort

$a = 1{,}3 \quad b = 3{,}9$

$3 \cdot 1{,}3 = 3{,}9$ le^2

$\frac{3 \cdot 3{,}9}{2} = 5{,}85$ le^2

$3{,}9 + 5{,}85 = 9{,}75 \approx 10$ le^2

$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1{,}3 + 3{,}9}{4} = 1{,}3$

Svar $k = 1{,}3$

Kommentar: Elevlösningen visar visserligen viss insikt om relevanta sidlängder men ett samband mellan *a* och *b* i form av t.ex. $b = 3a$ saknas. Därmed anses inte lösningen uppnå ansatspoäng. Prövning är ingen godtagbar metod eftersom en algebraisk lösning efterfrågas och därmed ges lösningen 0 poäng.

Elevlösning 2 (3 A_{PL})

$$\frac{h(a+b)}{2} = A$$

$$\frac{3(a+b)}{2} = 10$$

$$3(a+b) = 20$$

$$a < b$$

$$a = 1 \cdot x$$

$$b = 4 \cdot x$$

$$3(x + 4x) = 20$$

$$3x + 12x = 20$$

$$15x = 20$$

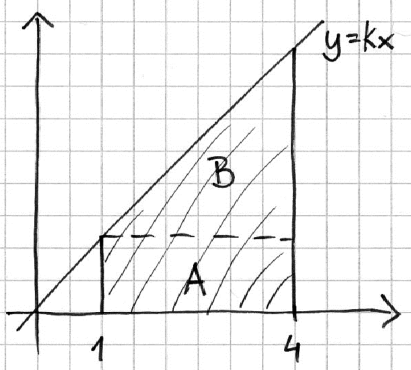
$$\frac{20}{15} = 1,\overline{33}$$

$$x = (1,\overline{33}) = \frac{4}{3}$$

Svar: $\frac{4}{3}$

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt användning av formeln för parallelltrapets. Redovisningen bedöms som knapphändig, t.ex. så saknas förklaring av variablerna *a* och *b*. Dessutom betecknas linjens riktningskoefficient felaktigt med variabeln *x*. Därmed uppfyller inte lösningen kravet för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen tre problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (3 A_{PL} och 1 A_K)



$x = 1$ ger att $y = 1k$

$x = 4$ ger att $y = 4k$

Arean (a.e.) $= 10$

Arean (a.e.) $= \underbrace{3 \cdot 1k}_{A} + \underbrace{\frac{3 \cdot 3k}{2}}_{B}$

$$3k + \frac{9k}{2} = 10$$

$$3k + 4,5k = 10$$

$$7,5k = 10$$

$$k = \frac{10}{7,5} = \frac{4}{3}$$

SVAR: $k = \frac{4}{3}$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt men figuren är något otydlig eftersom sidlängder saknas. Figurens otydlighet kompenseras dock av ” $x = 1$ ger att $y = 1k$ ” etc. Lösningen är ändå relativt lätt att följa och förstå. Kommunikationspoäng på A-nivå uppfylls därmed nätt och jämnt.

Uppgift 18a

Elevlösning 1 (1 E_R)

$$s = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_3-\bar{x})^2}{n-1}} \quad \text{(stickprov)}$$

$\bar{x} = 400\,g \qquad n = 10$

$x_1 - \bar{x} = 401 - 400 = 1$

$x_2 - \bar{x} = 396 - 400 = -4$

$\vdots$

osv.

$$s = \sqrt{\frac{1^2+(-4)^2+0^2+3^2+(-1)^2+(-3)^2+2^2+4^2+(-2)^2+0^2}{3}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\cancel{1}-\cancel{16}+\cancel{9}+\cancel{1}+\cancel{9}+\cancel{4}+\cancel{16}+\cancel{4}}{3}} = \frac{\sqrt{28}}{3} = 1{,}76$$

Svar: Ja, 1,76 är mindre än 2,5 så fabriken uppfyller sitt krav!

Kommentar: Elevlösningen visar en felaktigt beräknad standardavvikelse vilket resulterar i felaktig slutsats med utebliven ansatspoäng som följd. Slutsatsen är dock godtagbar utifrån den felaktigt beräknade standardavvikelsen. Därmed ges elevlösningen resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 20

Elevlösning 1 (3 C_M)

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}\begin{cases} 8 = a \cdot 80 + b \\ 6 = a \cdot 45 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 = 80a + b \\ b = 6 - 45a \end{cases}$$

Sätt ② i ①
$$\begin{cases} 8 = 80a + (6 - 45a) \\ b = 6 - 45a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 = 35a + b \\ b = 6 - 45a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = 35a \\ b = 6 - 45a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{2}{35} \\ b = 6 - 45 \cdot \frac{2}{35} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{2}{35} \\ b = \frac{24}{7} \end{cases}$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt uppställt ekvationssystem och godtagbar lösning. Avsaknaden av enhet och otydligheten i vad som är svaret gör att den sista modelleringspoängen utdelas nätt och jämnt. Lösningen är bristfällig då det gäller kommunikation eftersom variablerna inte är definierade samt att svaret är otydligt och saknar enhet. Kraven för kommunikationspoängen på C-nivå uppfylls därmed inte.

Elevlösning 2 (3 C_M och 1 C_K)

Arbetskostnad = y

Pris för ingredienser per g = x

$$\begin{cases} 8 = 80x + y \\ 6 = 45x + y \end{cases} \Rightarrow \quad ① - ② \quad 2 = 35x \Rightarrow x = 0{,}057 \text{ kr}$$

$$8 = 80x + y$$

$$8 - 4{,}57 = y$$

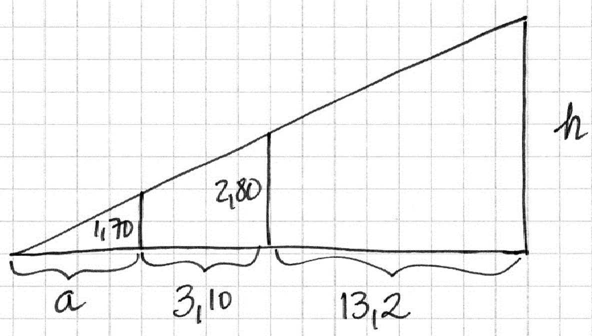
$$y = 3{,}429$$

Svar: Arbetskostnaden är 3,4 kr för en chokladboll.

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt uppställt ekvationssystem och godtagbar lösning med tydligt definierade variabler. Redovisningen är möjlig att följa och förstå och innehåller väsentliga delar såsom ett tydligt svar med enhet. Elevlösningen ges därmed samtliga poäng inklusive kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (3 C_{PL} och 1 C_K)



(Topptriangelsatsen)

$$\frac{1,70}{2,80} = \frac{a}{a + 3,10}$$

$$1,70(a + 3,10) = 2,80a$$

$$1,70a + 5,27 = 2,80a$$

$$5,27 = 1,10a$$

$$a = 4,79$$

$$\frac{2,80}{h} = \frac{4,79 + 3,10}{4,79 + 3,10 + 13,2} = \frac{7,89}{21,09}$$

$$h = 2,80/\left(\frac{7,89}{21,09}\right) \qquad h = 7,48$$

Kommentar: Elevlösningen är godtagbar i sin helhet och omfattar tydlig figur med lämpliga beteckningar och hänvisning till topptriangelsatsen. Därmed ges lösningen samtliga poäng inklusive kommunikationspoäng på C-nivå.

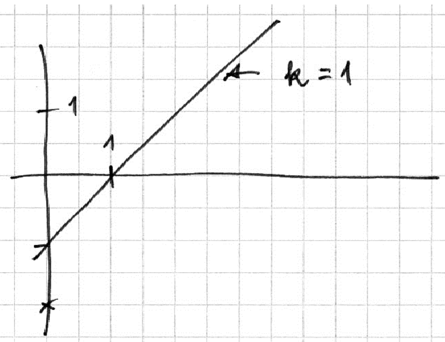
Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 C_R och 1 A_R)

$y = ax - 2$

$y = x - 1$

a kan inte vara 1, då
blir linjerna parallella
ingen skärning



För att linjen ska skära $y = x - 1$ så måste linjen
vara brantare.

a måste vara större än 1.

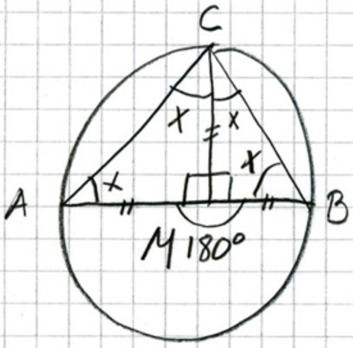
Gränsen går om linjen går genom $x = 1$
och då är lutning $a = 2$

a kan alltså variera mellan 1 och 2.

Kommentar: Lösningen innehåller ett godtagbart resonemang som leder till en godtagbar slutsats för båda gränserna. Kommunikationen anses vara bristfällig gällande matematiska symboler t.ex. används inte olikhetstecken, brister i förklaringen beträffande intervallgränsen $a < 2$ och ordet ”brantare” används utan vidare förklaring. Lösningen bedöms därmed inte uppfylla kravet för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (1 E_R och 1 C_R)



$\angle M$ ÄR DUBBELT SÅ STOR SOM $\angle C$: ⇒

$\angle C = 2x \Rightarrow \angle M = 4x$

$\angle M = 180°$

$x = \frac{180}{4} = 45°$

SIDAN CM, AM, BM ÄR LIKA LÅNGA

$\triangle$CAM OCH CBM ÄR LIKBENTA

DÅ ÄR $\angle M$ $180° - 2x$

$x = 45°$

$\angle M = 180 - 90 = 90°$

SIDAN CM ÄR ALLTSÅ VINKELRÄT MOT AB

Kommentar: Elevlösningen visar i huvudsak godtagbart genomfört bevis där vissa motiveringar saknas, t.ex. hänvisning till randvinkelsatsen och motivering till varför sträckorna *CM*, *AM* samt *BM* är lika långa. Vidare definieras vinkeln *M* på två olika sätt (medelpunksvinkel respektive vinkel i triangeln *ACM*) vilket gör lösningen otydlig. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng, en på E-nivå och en på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R, 1 C_R, 1 A_R och 1 A_K)

$\angle CMB = 90^\circ$ eller $\angle CMA = 90^\circ$

$\angle ACB = 90^\circ$ (randvinkel av en halvcirkelbåge)

$\angle ACM = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

$CM = MA$ (radie i en cirkel)

$\angle CAM = 45^\circ$ (likbent triangel)

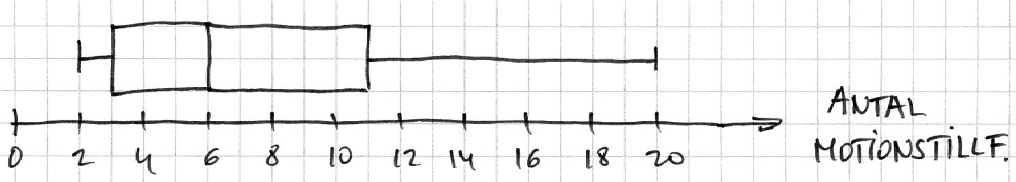
$\angle CMA = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ (vinkelsumman i triangel)

VSB!

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt bevis med tillräckligt tydliga hänvisningar till använda satser. Lösningen är kortfattad i och med att motiveringar till ”radie i en cirkel” och ”likbent triangel” saknas. Trots dessa brister uppfyller lösningen nätt och jämnt kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (1 C_B och 1 A_{PL})

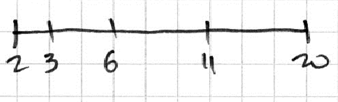


1 PERSON 6 ggr

5 PERSONER MELLAN 2 o 6 ggr

5 PERSONER MELLAN 6 o 20 ggr

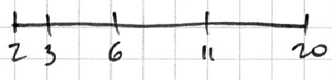
SÅ LÅGT SOM MÖJLIGT



$\underbrace{3 \quad 2}_{5\text{ ST}} \quad \underbrace{1+3 \quad 1 \quad 1}_{5\text{ ST}}$ PERS.

$6 + 6 + 24 + 11 + 20 = 67 \qquad \frac{67}{11} \approx 6{,}09$

SÅ HÖGT SOM MÖJLIGT



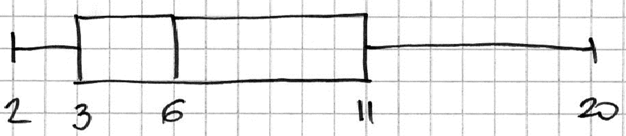
$\underbrace{1 \quad 1 \quad 3+1}_{5\text{ st}} \quad \underbrace{2 \quad 3}_{5\text{ st}}$

$2 + 3 + 24 + 22 + 60 = 111 \qquad \frac{111}{11} \approx 10{,}09$

SVAR: $6{,}09 \leq \bar{x} \leq 10{,}09$

Kommentar: Elevlösningen visar på insikt om hur värdena bör fördela sig både i fallet med det största och i fallet med det minsta medelvärdet. Fördelningen av antal värden kring de övre och undre kvartilerna är inte korrekt, vilket resulterar i felaktigt svar. Därmed ges lösningen en begreppspoäng på C-nivå och en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_B och 2 A_{PL})



Minsta möjliga	2	3	6	11	20
	2	3	6	11	
		3	6		

Medel $= \frac{73}{11} \approx 6{,}6$

Nedre kv. Med. Övr. kv.

Största möjliga	2	3	6	11	20
		3	6	11	20
			6	11	

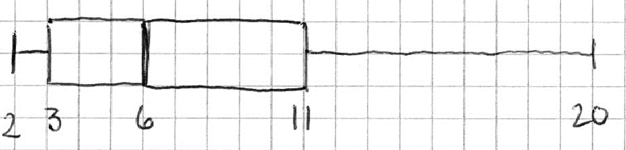
Medel $= \frac{99}{11} = 9$

Svar: Kan ligga mellan 6,6 och 9

Kommentar: Elevlösningen är korrekt men otydlig. Den knapphändiga redovisningen gör att lösningen inte är lätt att följa och förstå och därmed uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1 C_B, 1 A_{PL} och 1 A_K)

11 personer



Lägsta medelvärde fås då jag stoppar in värden som är så låga som möjligt
Högsta medelvärde – tvärtom!

2 3 6 11 20

Median

Låga: 2 2 3 3 3 6 6 6 11 11 20 Summa 73

Höga: 2 3 3 6 6 6 11 11 11 11 20 Summa 90

Lägsta medelvärde $\frac{73}{11} = 6{,}4$

Högsta medelvärde $\frac{90}{11} \approx 8{,}2$

SVAR: Mellan 6,4 och 8,2

Kommentar: Elevlösningen är i huvudsak korrekt förutom ett felinsatt värde, 11 istället för 20, på raden där högsta medelvärdet ska beräknas. Redovisningen är lätt att följa och förstå och uppgiften behandlas i sin helhet. Trots felaktigheten ovan ges lösningen kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2c

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
T9 Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11 Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
T12 Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

Geometri

G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
G4 Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

Samband och förändring

F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4 Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Bedömningsformulär

Elev:__________________________ Klass:_______________ Provbetyg: ____________

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
Del B	1a												
	1b												
	2												
	3a												
	3b												
	3c												
	4a												
	4b												
	5a												
	5b												
	6a												
	6b												
	7a												
	7b												
	8												
	9												
	10												
Del C	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	13_1												
	13_2												
	13_3												
	14a_1												
	14a_2												
	14a_3												
	14b_1												
	14b_2												
	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												
	16_3												
	16_4												

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	17_1												
	17_2												
	18a_1												
	18a_2												
	18b_1												
	18b_2												
	19a												
	19b_1												
	19b_2												
	20_1												
	20_2												
	20_3												
	20_4												
	21a_1												
	21a_2												
	21b												
	21c												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	22_4												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	24_1												
	24_2												
	24_3												
	24_4												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
	25_4												
	Total												
Σ													

	Total	**6**	**9**	**7**	**5**	**5**	**4**	**11**	**5**	**1**	**6**	**6**	**9**
Σ	**74**	**27**				**25**				**22**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation