Delprov B	Uppgift 1-11. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 12-17. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 21 E-, 20 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

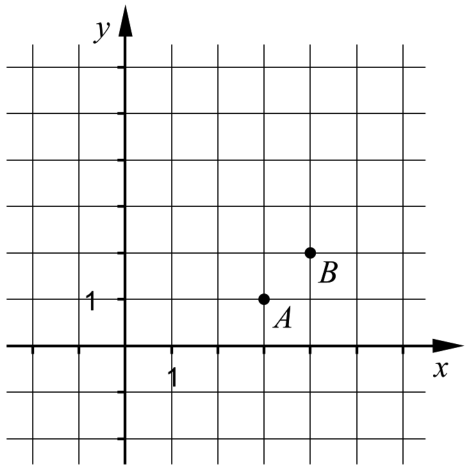
Födelsedatum: ____

Gymnasieprogram/Komvux: _______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. I koordinatsystemet nedan finns två punkter A och B. Ange ekvationen för den räta linje som går genom dessa punkter.

_____________________ (2/0/0)



2. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $11^x = 3$ _____________________ (1/0/0)

b) $\lg x = 5$ _____________________ (1/0/0)

3. Alva köper några aktier för 2000 kr. Hon undrar hur många år det tar innan värdet av hennes aktier fördubblas om aktiernas värde ökar exponentiellt med 12 % per år.

Vilken av ekvationerna A-F, där x anger antal år efter inköpstillfället, ska Alva välja att lösa för att kunna svara korrekt på frågan:
"Efter hur många år har värdet på mina aktier fördubblats?"

A. $2000 \cdot 0{,}12^x = 4000$

B. $2000 + 1{,}12x = 4000$

C. $2000 \cdot x^{0{,}12} = 4000$

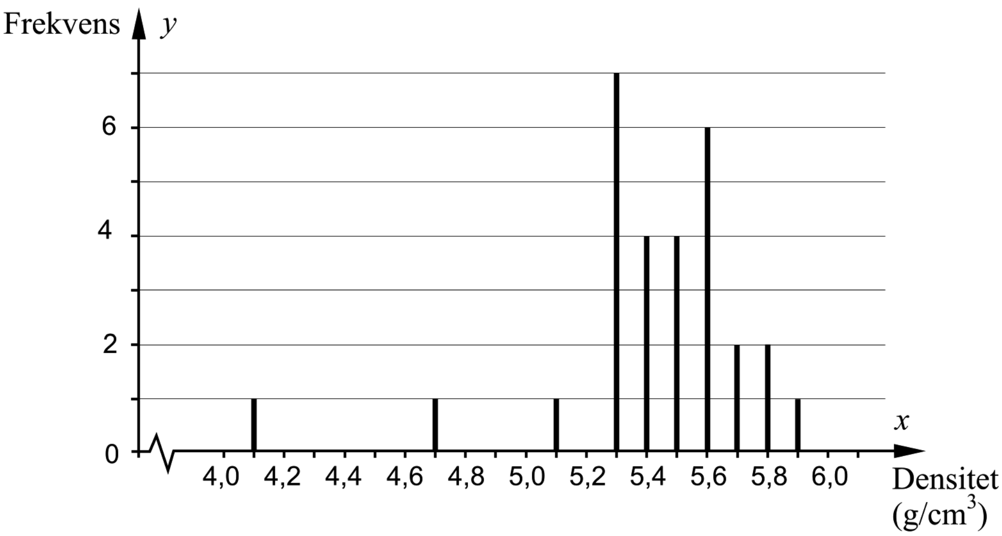
D. $2000 \cdot x^{1{,}12} = 4000$

E. $2000 \cdot 1{,}12^x = 4000$

F. $2000 + 0{,}12x = 4000$ _____________________ (1/0/0)

4. År 1798 försökte engelsmannen Henry Cavendish bestämma jordens densitet. Han gjorde ett antal mätningar och beräknade sedan värden på jordens densitet.

I diagrammet nedan visas 29 av Cavendishs värden på jordens densitet.



a) Bestäm variationsbredden. ______________________ (1/0/0)

b) Bestäm medianen. ______________________ (1/0/0)

c) Standardavvikelsen för värdena ovan är 0,35 g/cm^3.

Ange med *ett ord* vad som händer med standardavvikelsens storlek om de två lägsta värdena 4,1 och 4,7 plockas bort.

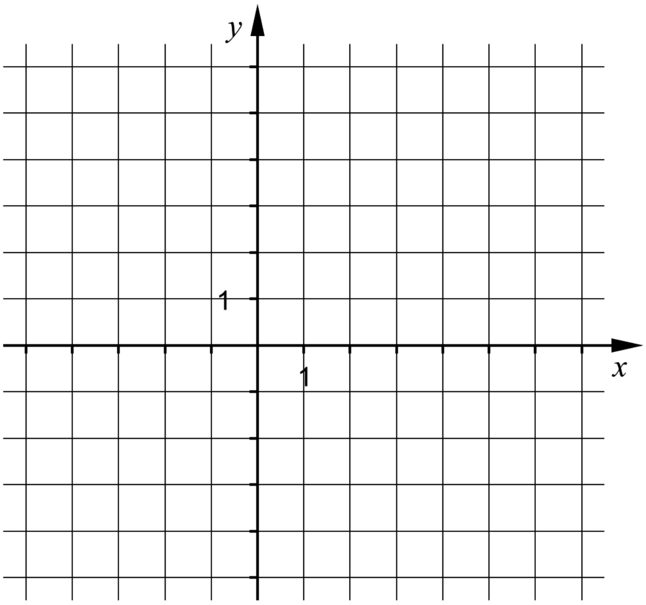
Standardavvikelsen blir ______________________ (0/1/0)

5. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(x+5)^2 - (5+x)(x+5)$ ______________________ (0/1/0)

b) $\dfrac{2x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}{x^2}$ ______________________ (0/1/0)

6. I funktionen $y = ax^2 + bx + c$ är a, b och c konstanter.
Skissa i koordinatsystemet ett förslag på hur grafen till andragradsfunktionen $y = ax^2 + bx + c$ kan se ut om ekvationen $ax^2 + bx + c = 0$ har två icke-reella rötter. (0/1/0)

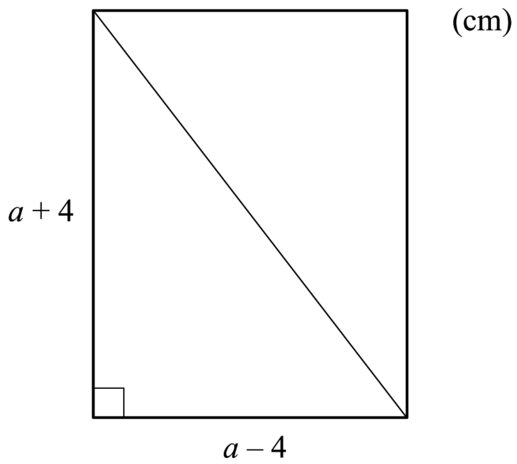


7. Ett linjärt ekvationssystem har lösningen $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

Ekvationssystemet består av två olika ekvationer som båda innehåller variablerna x och y. Ge ett exempel på ett sådant ekvationssystem.

______________________ (0/1/0)

8. Figuren nedan visar en rektangel med diagonalen inritad.



a) Vilka värden kan a anta om rektangelns area ska vara större än 18 cm^2?
Svara exakt.

_______________________ (0/1/0)

b) Längden av rektangelns diagonal ges av uttrycket $\sqrt{(a+4)^2+(a-4)^2}$
Förenkla uttrycket så långt som möjligt.

_______________________ (0/1/0)

9. Faktorisera uttrycket $8x^3-18xy^2$ så långt som möjligt.

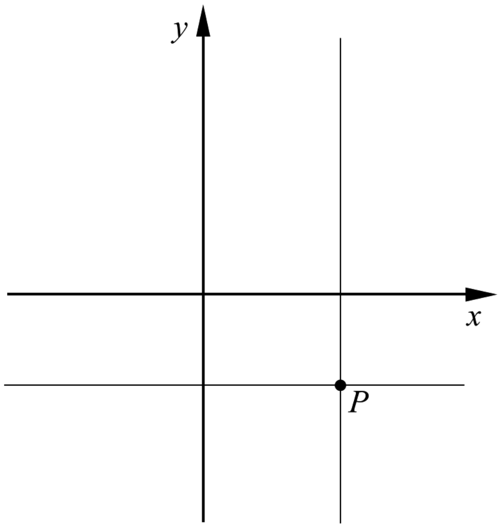
_______________________ (0/0/1)

10. Lös ekvationen $(x-\sqrt{3})^2-4(x-\sqrt{3})+3=0$ om du vet att $t^2-4t+3=0$ har lösningarna $t_1=3$ och $t_2=1$. Svara med exakta värden.

$x_1 =$ _______________________

$x_2 =$ _______________________ (0/0/1)

11. Figuren visar linjerna $x = a$ och $y = b$, där a och b är olika konstanter, $a \neq 0$, $b \neq 0$. Linjerna skär varandra i punkten P i koordinatsystemets fjärde kvadrant.



Vilken eller vilka av nedanstående linjer A-D går genom punkten P?

A. $ax + by = 0$

B. $ax - by = 0$

C. $ay + bx = 0$

D. $ay - bx = 0$ ______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

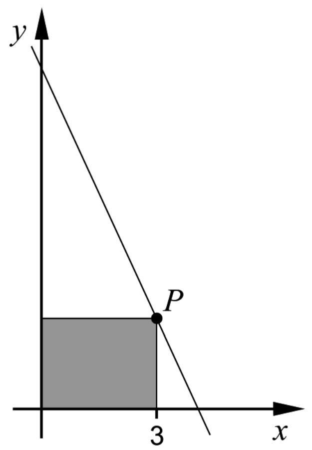
12. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

13. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

a) $x^2 + 2x - 15 = 0$ (2/0/0)

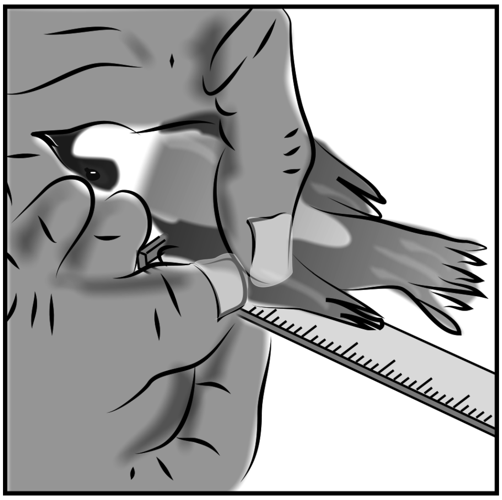
b) $x(x + 3) = x + 3$ (0/2/0)

14. En rät linje har ekvationen $y = -2x + 8{,}15$ och går genom punkten P med x-koordinaten 3. Rektangeln i figuren har ett hörn i punkten P och motsatta hörnet i origo. Två av rektangelns sidor ligger på de positiva koordinataxlarna.



Bestäm rektangelns area. (2/0/0)

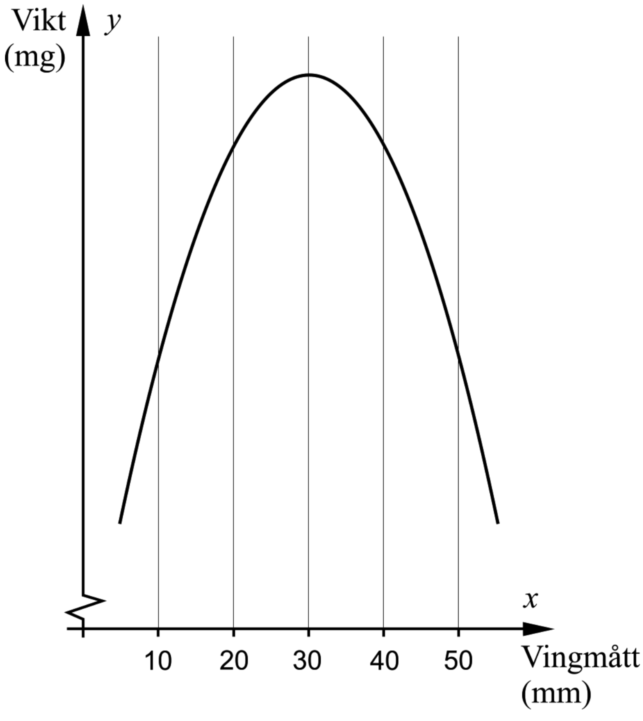
15. I samband med ringmärkning bestäms ofta fågelns vikt och vingmått.



Ett antal fåglar av arten pungmes ringmärktes vid sjön Tåkern i Östergötland. En biolog har fått tillgång till data över fåglarnas vikt och vingmått och ställer upp följande modell för sambandet mellan vikt och vingmått:

$y = -6x^2 + 360x + 5000$

där y är fågelns vikt i milligram och x är fågelns vingmått i millimeter.



a) Beräkna vikten hos en fågel med vingmåttet 10 mm. (1/0/0)

Biologen observerar att det finns fåglar som har samma vikt trots att de har olika vingmått. En fågel med vingmåttet 20 mm väger 9800 mg.

b) Använd grafen för att bestämma ytterligare ett vingmått som motsvarar vikten 9800 mg. *Endast svar krävs* (1/0/0)

16. Två räta linjer har ekvationerna $y = 2x + a$ och $2y - x = b$, där a och b är konstanter.

Anta att linjerna alltid ska skära varandra i en punkt som ligger på linjen $y = 3x$. Visa vilket samband som då måste gälla mellan a och b. (0/2/0)

17. I ekvationen $ax^2 - a^2x = -2$ är a en positiv konstant. Lös ekvationen och visa vilka värden på a som ger två olika reella rötter. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 18-25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 21 E-, 20 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

Födelsedatum: ______________________________________

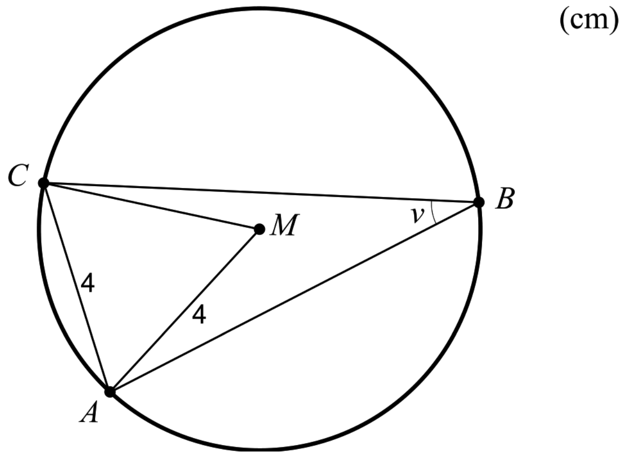
Gymnasieprogram/Komvux: ____________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

18. För att kontrollera att alla kanelsnäckor som bakas på ett bageri väger ungefär lika mycket vägs kanelsnäckorna. Det visar sig att vikten är normalfördelad med medelvikten 80 gram och standardavvikelsen 3 gram.

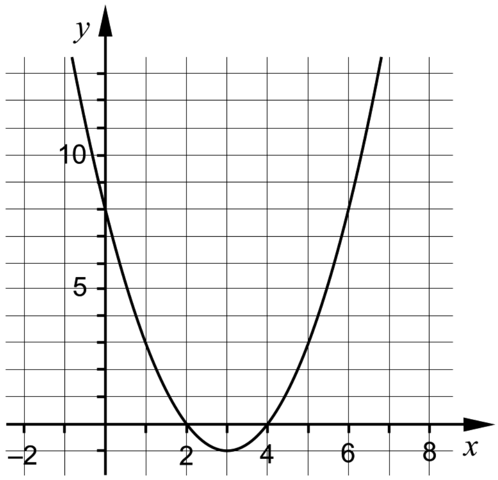
Hur många kanelsnäckor kan förväntas väga mer än 86 gram, om man en dag bakar 400 kanelsnäckor? (2/0/0)

19. I figuren nedan är M cirkelns medelpunkt. Punkterna A, B och C ligger på cirkelns rand.



Bestäm vinkeln v. (2/0/0)

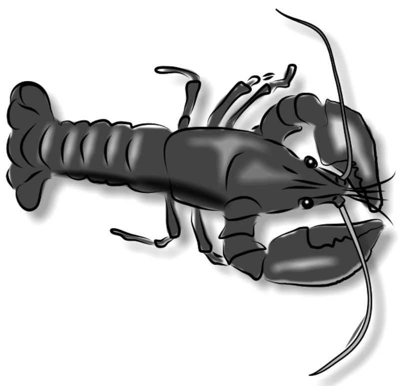
20. Figuren nedan visar grafen till en andragradsfunktion f där $f(x) = ax^2 + bx + c$, och där a, b och c är konstanter.



a) Bestäm konstanten c med hjälp av figuren. Motivera. (1/0/0)

b) Vilket av funktionsvärdena $f(-5)$ eller $f(10)$ är minst? Motivera. (1/1/0)

21. På hösten då fisket av hummer inleds, auktioneras fångsten ut till högstbjudande. Jämförpriset i kr/kg kan då bli väldigt högt.



Vid auktionen år 2009 blev högsta jämförpriset för hummer 1130 kr/kg och år 2012 hade det högsta jämförpriset ökat till 102 000 kr/kg.

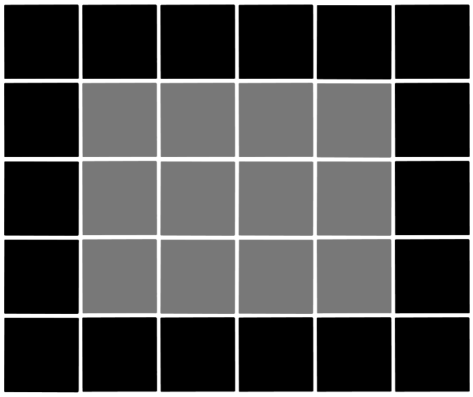
Anta att ökningen av högsta jämförpriset har varit exponentiell.

a) Med hur många procent per år har högsta jämförpriset på hummer ökat? (0/2/0)

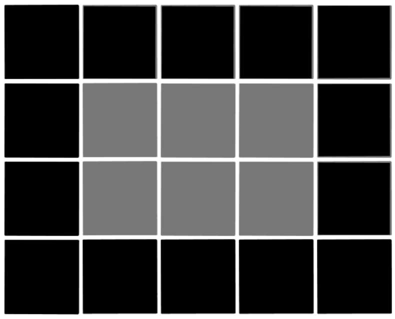
b) Vad borde högsta jämförpriset för hummer bli vid auktionen år 2014 om det skulle följa samma årliga procentuella utveckling som under perioden år 2009 till år 2012? (0/1/0)

22. En plattläggare gör rektangulära uteplatser genom att lägga kvadratiska trädgårdsplattor enligt ett visst mönster. Han använder grå och svarta plattor, alla med samma storlek.

I figuren nedan visas uteplats A och uteplats B som plattläggaren lagt. För uteplats A är den totala kostnaden för plattorna 1422 kr. För uteplats B är den totala kostnaden för plattorna 1000 kr.



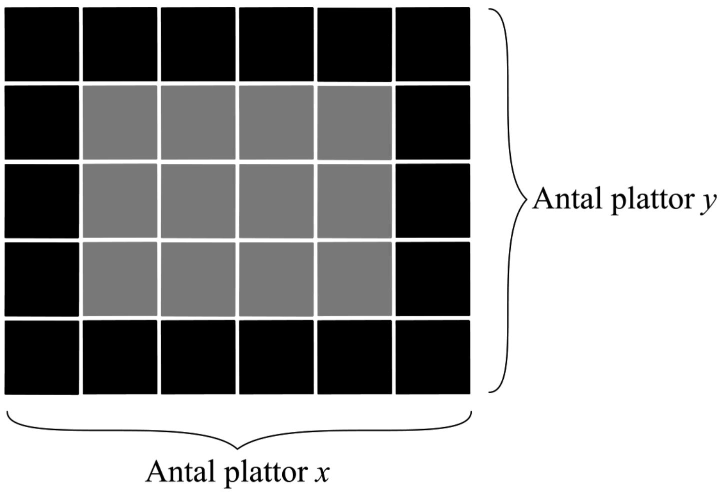
Uteplats A



Uteplats B

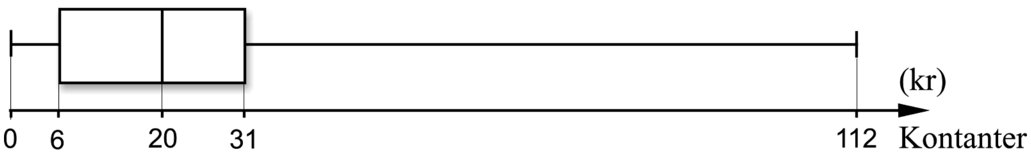
a) Beräkna priset för en grå respektive en svart platta. (0/3/0)

Plattläggaren vill snabbt kunna göra kostnadsberäkningar för plattor vid beställning av uteplatser. Han betecknar antalet plattor utmed uteplatsens ena sida med x och antalet plattor utmed uteplatsens andra sida med y, se figur nedan.



b) Visa att den totala kostnaden för plattorna kan bestämmas med formeln $K_{tot} = 52x + 52y + 31{,}80xy - 104$ för alla rektangulära uteplatser som är möjliga att lägga. Uteplatserna innehåller *alltid* både svarta och grå plattor där de svarta plattorna ligger som en ram. (0/0/2)

23. Demy och Oskar diskuterar hur mycket pengar i kontanter ungdomar i deras egen ålder har med sig till skolan. De bestämmer sig för att göra en undersökning i en klass. Demy och Oskar lämnar ut en lapp med frågan ”Hur mycket pengar har du med dig idag?” och får svar från alla 19 eleverna i klassen. Resultatet redovisar de i lådagrammet nedan.



Undersök i vilket/vilka intervall A-D medelvärdet M kan ligga. Motivera.

A. $0 \le M < 6$

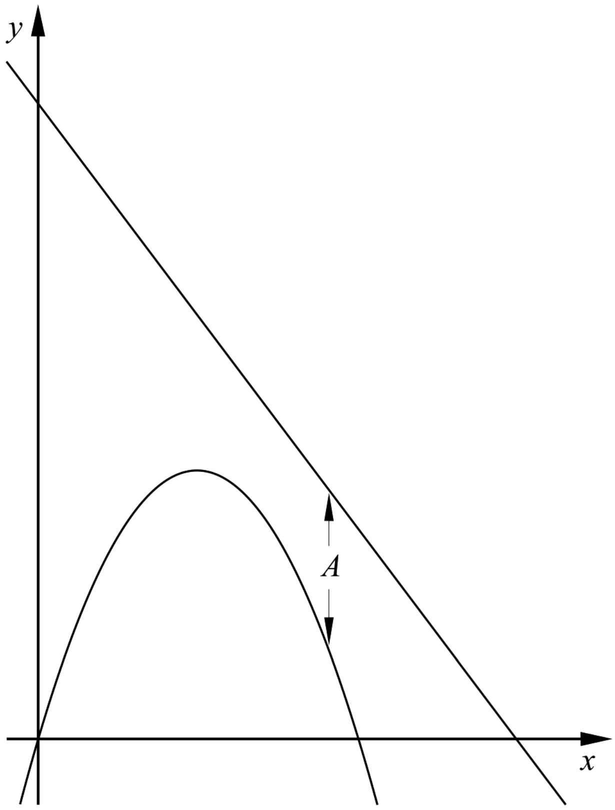
B. $6 \le M < 20$

C. $20 \le M < 31$

D. $31 \le M \le 112$ (0/2/1)

24. Figuren nedan visar graferna till två funktioner f och g där

$f(x) = -x^2 + 5x$ och $g(x) = -2x + 15$



a) Avståndet A mellan kurvorna i y-led är beroende av värdet av x.
Bestäm A som funktion av x. (0/0/1)

b) Bestäm det minsta avståndet mellan kurvorna i y-led. (0/0/2)

25. I en likbent triangel dras en linje så att linjen delar triangeln i en topptriangel och ett parallelltrapets. Topptriangelns bas blir gemensam med en av sidorna i parallelltrapetset och får längden 9,0 cm. Topptriangelns andra två sidor blir då 8,0 cm vardera. Beräkna längden av parallelltrapetsets sidor om topptriangeln har lika stor omkrets som parallelltrapetset. (0/0/4)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $\sqrt[n]{\ }$, $f(x)$, x, y, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, $(\ )$, %, $\{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression, korrelation, kausalitet
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 1_1 och 1_2 den första respektive andra poängen i uppgift 1.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1_1	1											
	1_2		1										
	2a		1										
	2b		1										
	3			1									
	4a	1											
	4b	1											
	4c					1							
	5a						1						
	5b						1						
	6					1							
	7					1							
	8a							1					
	8b						1						
	9										1		
	10											1	
	11									1			
C	12_1		1										
	12_2		1										
	13a_1		1										
	13a_2		1										
	13b_1						1						
	13b_2						1						
	14_1			1									
	14_2			1									
	15a			1									
	15b			1									
	16_1							1					
	16_2							1					
	17_1										1		
	17_2												1
	17_3												1
D	18_1	1											
	18_2			1									
	19_1			1									
	19_2			1									
	20a				1								
	20b_1				1								
	20b_2								1				
	21a_1							1					
	21a_2							1					
	21b							1					
	22a_1							1					
	22a_2							1					
	22a_3								1				
	22b_1											1	
	22b_2											1	
	23_1								1				
	23_2								1				
	23_3												1
	24a											1	
	24b_1											1	
	24b_2											1	
	25_1									1			
	25_2											1	
	25_3											1	
	25_4												1
	Total	**4**	**7**	**8**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**2**	**8**	**4**
Σ	**57**	**21**				**20**				**16**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Delprov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2b																	
					Taluppfattning aritmetik och algebra								Geometri	Samband och förändring		Sannolikhet och statistik				Problemlösning		
		E	C	A	T1	T2	T4	T5	T7	T9	T10	T11	G3	F3	F5	S1	S2	S3	S4	P1	P3	P4
B	1	2	0	0				X														
	2a	1	0	0					X													
	2b	1	0	0						X												
	3	1	0	0					X													
	4a	1	0	0														X				
	4b	1	0	0														X				
	4c	0	1	0														X				
	5a	0	1	0			X															
	5b	0	1	0		X																
	6	0	1	0								X		X	X							
	7	0	1	0					X		X											
	8a	0	1	0			X		X											X		
	8b	0	1	0			X															
	9	0	0	1			X															
	10	0	0	1					X											X		
	11	0	0	1				X														
C	12	2	0	0					X		X											
	13a	2	0	0					X													
	13b	0	2	0					X													
	14	2	0	0				X												X		
	15a	1	0	0										X								
	15b	1	0	0					X					X	X							
	16	0	2	0				X	X											X		
	17	0	0	3					X			X										
D	18	2	0	0															X	X	X	
	19	2	0	0									X							X		
	20a	1	0	0										X	X							
	20b	1	1	0										X	X							
	21a	0	2	0					X											X	X	
	21b	0	1	0					X											X	X	
	22a	0	3	0					X		X											
	22b	0	0	2			X															
	23	0	2	1												X		X				
	24a	0	0	1				X												X		
	24b	0	0	2				X							X					X		
	25	0	0	4					X				X							X		
Total		21	20	16																		

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 21 E-, 20 C- och 16 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 23 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 30 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev:___________________________ Klass:_______________ Provbetyg: ____________

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1_1												
	1_2												
	2a												
	2b												
	3												
	4a												
	4b												
	4c												
	5a												
	5b												
	6												
	7												
	8a												
	8b												
	9												
	10												
	11												
C	12_1												
	12_2												
	13a_1												
	13a_2												
	13b_1												
	13b_2												
	14_1												
	14_2												
	15a												
	15b												
	16_1												
	16_2												
	17_1												
	17_2												
	17_3												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												
	20a												
	20b_1												
	20b_2												
	21a_1												
	21a_2												
	21b												
	22a_1												
	22a_2												
	22a_3												
	22b_1												
	22b_2												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	24a												
	24b_1												
	24b_2												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
	25_4												
	Total												
Σ													

	Total	**4**	**7**	**8**	**2**	**3**	**5**	**8**	**4**	**2**	**2**	**8**	**4**
Σ	**57**	**21**				**20**				**16**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1.		**Max 2/0/0**
	Godtagbart angiven riktningskoefficient *eller* skärning med y-axeln	+1 E_B
	med godtagbart svar (t.ex. $y = x - 2$)	+1 E_P
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($x = \frac{\lg 3}{\lg 11}$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x = 10^5$)	+ 1 E_P
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (Alternativ E: $2000 \cdot 1{,}12^x = 4000$)	+1 E_M
4.		**Max 2/1/0**
a)	Korrekt svar (1,8 g/cm^3)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (5,5 g/cm^3)	+1 E_B
	Kommentar: Svar utan enhet men med korrekt mätetal i deluppgift a) och b) godtas.	
c)	Godtagbart svar (t.ex. mindre)	+1 C_B
5.		**Max 0/2/0**
a)	Korrekt svar (0)	+1 C_P
b)	Korrekt svar (2)	+1 C_P

6. **Max 0/1/0**

Godtagbart skissad parabel som inte skär x-axeln +1 C_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar $\left(\text{t.ex. } \begin{cases} x + y = 4 \\ x - 3y = 0 \end{cases} \right)$ +1 C_B

8. **Max 0/2/0**

a) Korrekt svar ($a > \sqrt{34}$) +1 C_{PL}

b) Korrekt svar ($\sqrt{2a^2 + 32}$) +1 C_P

9. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($2x(2x+3y)(2x-3y)$) +1 A_P

10. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($x_1 = 3+\sqrt{3},\ x_2 = 1+\sqrt{3}$) +1 A_{PL}

11. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (Alternativ D: $ay - bx = 0$) +1 A_B

Delprov C

12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 3,\ y = 0{,}5$) +1 E_P

13. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 3,\ x_2 = -5$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationen till $x^2 + 2x - 3 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -3,\ x_2 = 1$) +1 C_P

14. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer *y*-koordinaten för punkten *P*, 2,15 +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (6,45 a.e.) +1 E_{PL}

Kommentar: Även ett svar utan enhet eller med annan areaenhet godtas.

15. **Max 2/0/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (8000 mg) +1 E_M

b) Godtagbart svar (40 mm) +1 E_M

16. **Max 0/2/0**

Godtagbar generell ansats, t.ex. sätter in $y = 3x$ i båda ekvationerna +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($b = 5a$) +1 C_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

17. **Max 0/0/3**

Godtagbar generell ansats, t.ex. tecknar ekvationens lösning korrekt,

$$x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{a}}$$ +1 A_P

med välgrundat och nyanserat resonemang som innefattar att uttrycket under rottecknet ska vara större än noll +1 A_R

med fortsatt resonemang som leder till att $a > 2$ för att ekvationen ska få två olika reella rötter +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer korrekt procentsats för andel kanelsnäckor som väger mer än 86 gram, 2,3 % +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (9 kanelsnäckor) +1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer att medelpunktsvinkeln är $60°$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($30°$) +1 E_{PL}

20. **Max 2/1/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang som leder till godtagbart svar (t.ex. ”Grafen skär y på 8 alltså är $c = 8$”) +1 E_R

b)

E	**C**	**A**
Godtagbart enkelt resonemang som leder till korrekt svar.	Godtagbart välgrundat resonemang som bygger på avstånd från symmetrilinjen och som leder till korrekt svar.	
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $102000 = 1130 \cdot a^3$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (349 %) +1 C_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (2,1 miljoner kr) +1 C_M

22. **Max 0/3/2**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (grå platta 31,80 kr och svart platta 57,80 kr) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för antalet grå respektive antalet svarta plattor, grå: $(x-2)(y-2)$ och svarta: $2x+2y-4$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning där det visas att formeln för den totala kostnaden gäller för alla uteplatser som är möjliga +1 A_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/2/1**

E	**C**		**A**
	Godtagbart välgrundat resonemang t.ex. visar insikt om hur penga-summorna fördelas i lådagrammets olika kvartiler *och* att 0, 6, 20, 31 och 112 förekommer minst en gång.	Godtagbart välgrundat resonemang t.ex. visar med två korrekta exem-pel att medelvärdet kan ligga i två av intervallen B, C eller D *eller* visar att intervall A ute-sluts och att medelvär-det kan ligga i ett av intervallen B, C eller D.	Godtagbart välgrundat och nyanserat resone-mang som leder till slutsatsen att medelvär-det kan ligga i alla tre intervallen B, C och D och att medelvärdet inte kan ligga i intervall A.
	1 C_R	2 C_R	2 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/3**

a) Korrekt tecknad avståndsfunktion, t.ex. $A(x) = x^2 - 7x + 15$ +1 A_{PL}

b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer symmetrilinjens ekvation för $A(x)$, $x = 3{,}5$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (2,75 l.e.) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tolkar problemet och ritar en korrekt figur med nödvändiga variabler ansatta +1 A_B

med godtagbar fortsättning, t.ex. tecknar ett korrekt ekvationssystem +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2,24 cm; 2,24 cm; 9,0 cm och 11,5 cm) +1 A_{PL}

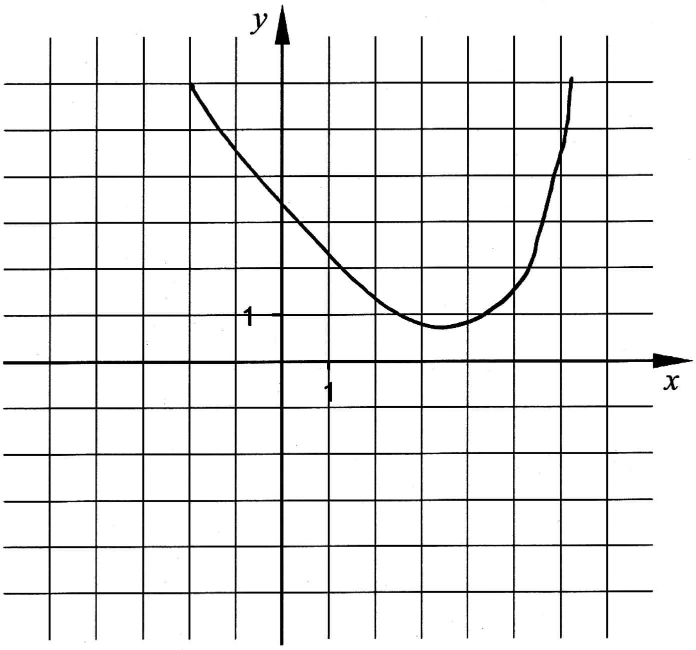
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

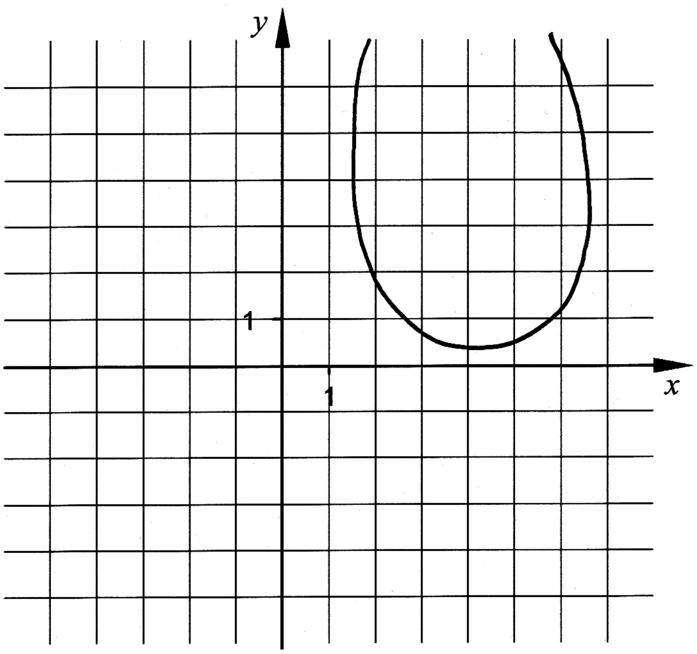
Bedömda elevlösningar

Uppgift 6

Elevlösning 1 (0 poäng)

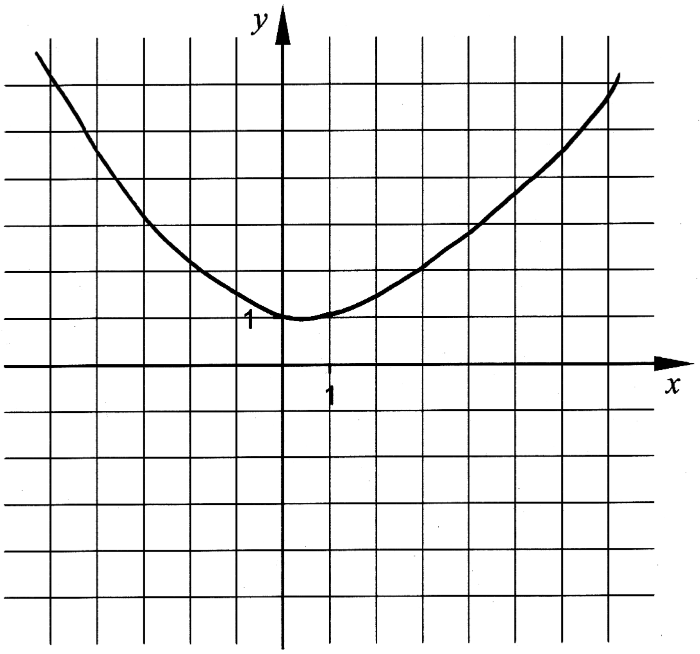


Elevlösning 2 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösning 1 och 2 visar grafer som inte är godtagbart skissade då de inte har formen av en parabel. Elevlösning 1 och 2 ges 0 poäng.

Elevlösning 3 (1 C_B)



Kommentar: Elevlösningen visar en graf som har formen av en parabel och som är tillräckligt symmetrisk för att den ska anses vara godtagbart skissad. Lösningen ges en begreppspoäng på C-nivå.

Uppgift 13a

Elevlösning 1 (0 poäng)

$x^2 + 2x - 15 = 0$

$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 15}$

$x = 1 \pm 4$

$x_1 = 5$

$x_2 = -3$

Svar: $x_1 = 5$

$x_2 = -3$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragrads-ekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$
$$x^2 + 2x = 15$$
$$x^2 + 2x + 1^2 = 15$$
$$(x+1)^2 = 15$$
$$x + 1 = \sqrt{15}$$
$$x = \pm\sqrt{15} + 1$$

Svar: $x_1 = -\sqrt{15} + 1$

$x_2 = \sqrt{15} + 1$

Kommentar: Elevlösningens tredje rad visar felaktig kvadratkomplettering och lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

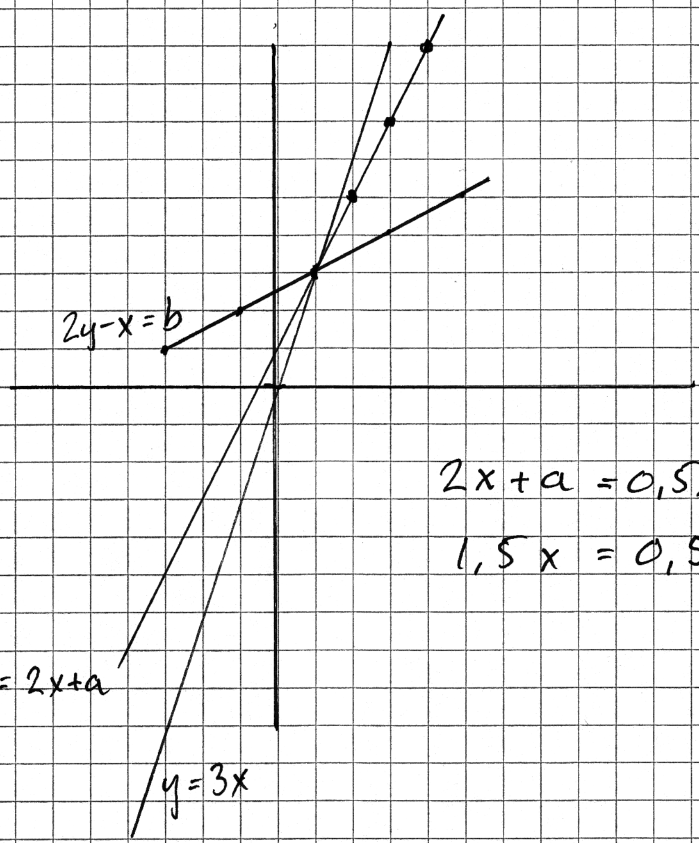
Uppgift 16

Elevlösning 1 (0 poäng)

$y = 3x$

$y = 2x + a$

$2y - x = b \Rightarrow y = 0,5x + 0,5b$



$2x + a = 0,5x + 0,5b$

$1,5x = 0,5b - a$

Både a och b är positiva tal. skärnings-punkten b är alltid större än a.

$$\left.\begin{aligned} y = 2x + a &\Rightarrow x = a \\ 2y - x = b &\Rightarrow 5x = b \end{aligned}\right\} \underline{\underline{5a = b}}$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt slutsats men saknar förklaring till varför $x = a$ och $5x = b$. Eftersom lösningen brister i redovisningen ges den 0 poäng.

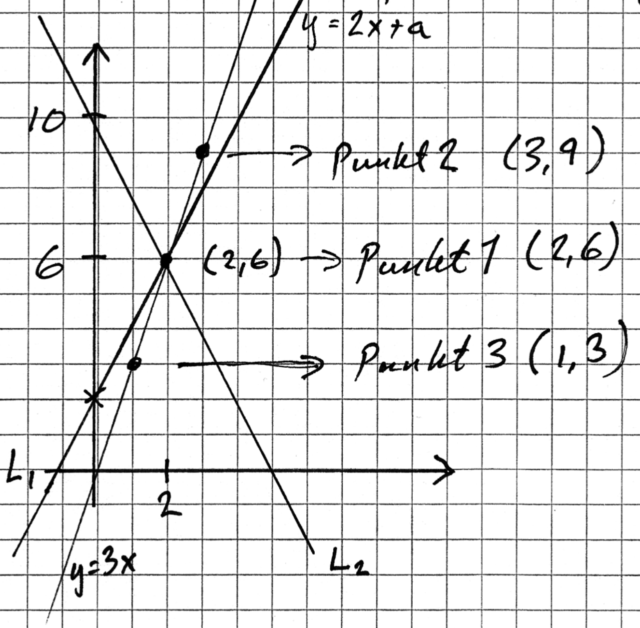
Elevlösning 2 (0 poäng)

$$\begin{cases} L_1 & y = 2x + a \\ L_2 & 2y - x = b \end{cases}$$

$2y - x = b \rightarrow x = 2y - b$

$2y - x = b \rightarrow 2y = b + x \rightarrow y = 0{,}5x + 0{,}5b$

Skär varandra på linjen $y = 3x$



a	b
1	5
2	10
3	15

$b = a \cdot 5$

Punkt 1

L_1 $y = 2x + a$

$(2,6)$

$6 = 2 \cdot 2 + a$

$a = 2$

L_2 $2 \cdot 6 - 2 = b$

$b = 10$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 10 \end{cases}$$

Ny punkt. Punkt 2

$x = 3$, $y = 9$ $(3,9)$

$L_1 \Rightarrow 9 = 2 \cdot 3 + a$

$a = 3$

$L_2 \Rightarrow 2 \cdot 9 - 3 = b$

$b = 15$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 15 \end{cases}$$

Punkt 3 $(1,3)$

$L_1 \Rightarrow 3 = 2 \cdot 1 + a$

$a = 1$

$L_2 \Rightarrow 2 \cdot 3 - 1 = b$

$b = 5$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$$

Svar: $b = a \cdot 5$

Kommentar: Elevlösningen visar beräkningar på tre specialfall som leder till en korrekt slutsats. Eftersom man utifrån specialfall inte kan dra en generell slutsats ges lösningen 0 poäng.

Elevlösning 3 (2 C_{PL})

$y = 3x$

$y = 2x + a \qquad 2x + a = 3x \qquad a = x$

$y = \dfrac{b+x}{2} \qquad \dfrac{b+x}{2} = 3x \qquad b = 5x$

$\dfrac{b}{a} = \dfrac{5x}{x} = \dfrac{5}{1}$

Kommentar: Elevlösningen visar generella beräkningar som leder till en korrekt slutsats. Redovisningen är knapphändig men anses godtagbar. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 17

Elevlösning 1 (1 A_P)

$ax^2 - a^2 \cdot x = -2$

$x^2 - ax = \dfrac{-2}{a}$

$x^2 - ax + \dfrac{2}{a} = 0$

$x = \dfrac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 - \dfrac{2}{a}}$

$x = \dfrac{a}{2} \pm \sqrt{\dfrac{a^2}{4} - \dfrac{2}{a}}$

$ax^2 - a^2x = -2$

$ax^2 - a^2x + 2 = 0$

$ax(x - a + 2) = 0$

Svar: $a > 2$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt ansats där ekvationens lösning tecknas korrekt. Slutsatsen $a > 2$ är korrekt men då bakomliggande beräkningar och resonemang inte redovisas uppfylls inte kraven för resonemangspoäng på A-nivå. Lösningen ges en procedurpoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 A_P och 2 A_R)

$$ax^2 - a^2x + 2 = 0$$

$$x^2 - ax + \frac{2}{a} = 0$$

$$\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{2}{a}}$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{a}} \rightarrow \sqrt{\frac{a^3}{4a} - \frac{8}{4a}} \rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{a^3 - 8}{4a}}$$

$a^3 > 8$ ges 2 reela rötter

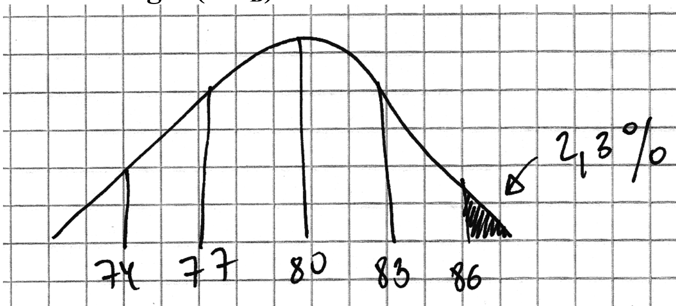
Svar: För att talet ska ge reella rötter måste roten vara positivt. För att talet ska ge 2 reella rötter måste roten vara större än 0. Ifall a^3 är större än 8 blir roten större än noll o därför ges 2 reela rötter.

$$a > 8^{\frac{1}{3}} \rightarrow a > 2$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekt slutsats. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 E_B)



Svar: 2,3% kanelsnäckor förväntas att väga över 86g.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt bestämning av procentsatsen och ges en begreppspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_B och 1 E_{PL})

$0{,}023 \cdot 400 = 9{,}2 \approx 9$ st

Svar = 9 st

Kommentar: Elevlösningen saknar motivering till var talet 0,023 kommer ifrån men anses ändå nätt och jämnt uppfylla kraven för båda poängen på E-nivå.

Uppgift 20b

Elevlösning 1 (1 E_R)

f(10)

ligger närmare mitten

Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som nätt och jämnt anses godtagbart för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R och 1 C_R)

f(10) är minst eftersom den befinner sig närmast symmetrilinjen.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som bygger på avstånd från symmetrilinjen. Resonemanget anses nätt och jämnt uppfylla kraven även för resonemangspoäng på C-nivå trots att avstånden i *x*-led från symmetrilinjen inte beräknas explicit.

Uppgift 22a

Elevlösning 1 (1 C_M)

$$\begin{cases} 6x + 14y = 1000 \\ 12x + 18y = 1422 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 237 \\ 3x + 7y = 500 \end{cases}$$

$3 \cdot (118{,}5 - 1{,}5y) + 7y = 500$

$(355{,}5 - 4{,}5y) + 7y = 500$

$355{,}5 - 4{,}5y = 500 - 7y$

$7y - 4{,}5y = 500 - 355{,}5$

$\frac{2{,}5y}{2{,}5} = \frac{144{,}5}{2{,}5}$ $\qquad \underline{\underline{57{,}8 = y}}$

$x + 1{,}5y = 118{,}5$

$x = 118{,}5 - 1{,}5y$

$x = 118{,}5 - (1{,}5 \cdot 57{,}8)$

$x = 31{,}8$

$\underline{\underline{x = 31{,}8}}$

Kommentar: Elevlösningen visar en lösning där ett korrekt ekvationssystem ställs upp och löses. Variablerna definieras inte och av svaret framgår det inte heller vad en grå respektive en svart platta kostar. Lösningen ges första modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_M)

G = Gråa   S = svarta

Uteplats A : 12 G + 18 S = 1422

6 G + 14 S = 1000

$\boxed{\begin{array}{l} G = 31{,}80 \text{ kr} \\ S = 57{,}80 \text{ kr} \end{array}}$

Svar: Grå 31,20 kr
Svart 57,80 kr

Kommentar: Elevlösningen visar en lösning där ett korrekt ekvationssystem ställs upp. Svaret är korrekt men redovisning saknas och därmed anses inte lösningen vara godtagbar. Lösningen ges första modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 C_M och 1 C_K)

Uteplats A & B

A: kostar 1422 kr B: kostar 1000 kr

Uteplats A: Innehåller 12 gråa och 18 svarta

Uteplats B: Innehåller 6 gråa och 14 svarta

Beräkna var en grå respektive svart platta kostar!

gråa plattor = z svarta plattor = x

A: y = 1422 kr $1422 = 12z + 18x$

B: y = 1000 kr $1000 = 6z + 14x$

$\Delta y = 422$ kr $\Delta z = 6z$ $\Delta x = 4x$

$422 = 6z + 4x$

$6z = 422 - 4x$

B: $1000 = 6z + 14x \rightarrow 1000 = 422 - 4x + 14x$

$\rightarrow 1000 = 422 + 10x \rightarrow 10x = 1000 - 422$

$10x = 578$ $x = 57{,}8$

$6z = 422 - 4x$

$6z = 422 - 231{,}2 = 190{,}8$

$z = \frac{190{,}8}{6} = 31{,}8$

Svar: gråa kostar: 31,80 kr/st

svarta kostar: 57,80 kr/st

Kommentar: Elevlösningen visar en lösning där ett korrekt ekvationssystem ställs upp och löses. Variablerna *z* och *x* är inte korrekt definierade i början av lösningen men av svaret framgår det att variablerna motsvarar respektive plattas pris. Lösningen är möjlig att följa och förstå även om t.ex. förklaringar till vad Δy, Δz respektive Δx betyder saknas. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikation på C-nivå. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22b

Elevlösning 1 (0 poäng)

exempel 1 : Uteplats B i den förra uppgiften:

$K_{tot} = 52\cdot5+52\cdot4+31{,}8\cdot5\cdot4-104 =$

$260+208+636-104=1000$ kr

exempel 2 : Uteplats A i den förra uppgiften

$K_{tot} = 52\cdot6+52\cdot5+31{,}8\cdot6\cdot5-104 =$

$312+260+954-104=1422$ kr

exempel 3 : $x = 20$

$y = 25$

$52\cdot20+52\cdot25+31{,}8\cdot20\cdot25-104=$

$1040+1300+15900-104=\underline{18136}$

Antal svarta plattor : $20\cdot25-18\cdot23=86$ st

Kostnad — " — : $86\cdot57{,}8=4970{,}8$ kr

Antal gråa plattor : $18\cdot23=414$

Kostnad — " — : $414\cdot31{,}8=13165{,}2$ kr

K_{tot} : $4970{,}8+13165{,}2=\underline{18136}$

Stämmer!

Kommentar: Elevlösningen visar att formeln stämmer för tre specialfall. Beräkningar på specialfall anses inte tillräckligt för att visa att formeln gäller för alla uteplatser enligt det givna mönstret. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (0 poäng)

Lägsta möjliga medelvärde

$$\frac{\frac{18}{4}\cdot 0+\frac{18}{4}\cdot 6+\frac{18}{4}\cdot 20+\frac{18}{4}\cdot 31+112}{19}\approx 19{,}4$$

Högsta möjliga medelvärde

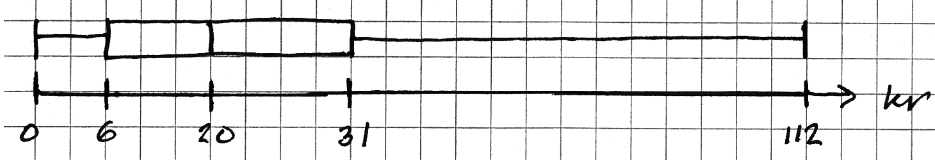
$$\frac{0+\frac{18}{4}\cdot 6+\frac{18}{4}\cdot 20+\frac{18}{4}\cdot 31+\frac{18}{4}\cdot 112}{19}\approx 40{,}0$$

Svar: B, C, D för

medelvärdet kan ligga ca $19{,}4 < M < 40{,}0$

Kommentar: Elevlösningen visar resonemang utan förståelse för att antalet pengasummor i varje kvartil måste vara ett heltal. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)



Medianen: 20 kr Antal personer: 19 st

Vi vet att minst 1 person har 0 kr med sig
minst 1 person har 6 kr med sig
minst 1 person har 20 kr med sig
minst 1 person har 31 kr med sig
minst 1 person har 112 kr med sig

$\}$ 5 pers

Det minsta medelvärdet skulle då bli: (om resten av eleverna skulle ha 0 kr)

$$M = \frac{6+20+31+112+(0\cdot 15)}{19} \approx 8,9 \text{ kr}$$

Det största medelvärdet skulle istället bli: (om resten av eleverna skulle ha 112 kr)

$$M = \frac{0+6+20+31+(112\cdot 15)}{19} \approx 91,4 \text{ kr}$$

Medelvärdet kan då ligga på allt mellan 8,9 kr → 91,4 kr

$8,9 \leq M \leq 91,4$

Alltså skulle intervallerna C och D stämma.

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang utan förståelse för hur pengasummorna fördelas i lådagrammets olika kvartiler. I exemplen läggs 15 värden i första respektive sista kvartilen. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 3 (1 C_R)

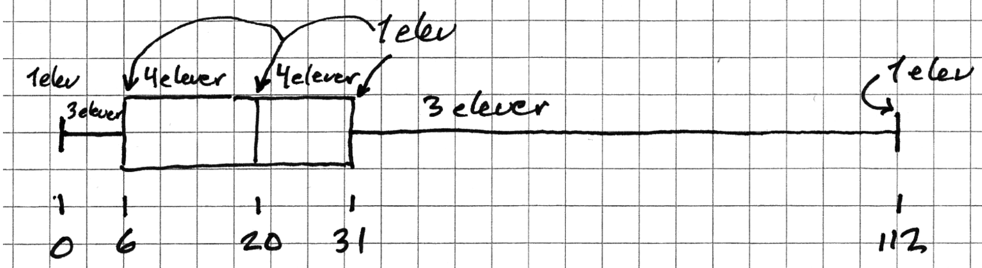
Medianen = 20 kr
Högsta värdet = 112 kr
minsta värdet = 0
Säg att alla har med sig minsta möjliga
pengar. Det är 4st som har med sig 0
5 st som har med sig 6
fem stycken som har med sig 20
fyra som har med sig 31 och en som har
med sig 112. Då får vi ett medelvärde
på 19,26315789 med det är högst ovanligt
Jag tror på ett medelvärde mellan $20 \leq M \lesssim 31$

Kommentar: Elevlösningen visar ett korrekt exempel på hur värdena kan vara fördelade i lådagrammet. Slutsatsen som dras baseras inte på det exempel som beräknas och intervall A utesluts inte. Därmed uppfylls inte kraven för andra resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösning 4 (2 C_R och 1 A_R)

Man kan avläsa i lådagrammet att 0 är minsta värdet, 112 är högsta, 20 är medianen, 6 är nedre kvartil och 31 är övre kvartil.

De olika medelvärden som funkar beräknas genom att man räknar ut det lägsta medelvärdet och det högsta.



Medianen är det mittersta värdet av de 19 eleverna. Det betyder att 9 elever är till höger och 9 elever är till vänster. Nedre kvartilen är den mittersta av de 9 eleverna vilket ger 4 elever under kvartilen och 4 över. Samma sak för övre kvartilen.

Minsta medelvärde: $\frac{4\cdot 0+5\cdot 6+5\cdot 20+4\cdot 31+112\cdot 1}{19} \approx 19{,}3$

Högsta medelvärde: $\frac{1\cdot 0+4\cdot 6+5\cdot 20+5\cdot 31+4\cdot 112}{19} \approx 38$

Medelvärdet kan ligga i intervallet $19{,}3 \leq M \leq 39$

Det inkluderar alltså B, C och D.

Svar: Medelvärdet kan ligga i intervallen B, C och D.

Kommentar: Elevlösningen visar ett fullständigt och korrekt resonemang som visar hur värdena i lådagrammet kan fördelas. Lösningen ges alla resonemangspoäng som är möjliga att få.

Uppgift 24b

Elevlösning 1 (0 poäng)

$f(x) = -x^2 + 5x$ $\quad g(x) = -2x + 15$

Genom grafisk lösning får jag ut koordinaterna för grafen f och g där det är som smalast

f:s koordinater är (3,65; 4,93) g:s koordinater är (3,65; 7,69)

$d = \sqrt{0^2 + 2{,}773^2}$

$d = 2{,}773$ l.e. SVAR: $\approx 2{,}771$ l.e.

Kommentar: Elevlösningen innehåller en prövning gjord på grafräknare. Grafisk prövning anses inte vara en godtagbar metod för att bestämma minsta avståndet. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (2 A_{PL})

funktionen $x^2 - 7x + 15$ har vid vertex samma avstånd från $y = 0$ som A.

$\text{vertex} = -\frac{p}{2} = -\frac{(-7)}{2} = 3{,}5$

$3{,}5^2 - 7 \cdot 3{,}5 + 15 = 2{,}75$

Svar: $A = 2{,}75$

Kommentar: Elevlösningen visar hur minsta avståndet bestäms korrekt. Motiveringarna är knapphändiga men lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_{PL})

$f(x) = -x^2 + 5x$ $\quad g(x) = -2x + 15$

$-x^2 + 5x - -2x + 15$

Max

$x = 3{,}5$

$f(3{,}5)$

$g(3{,}5)$

x-calc (koordinater: 3,5; 5,25

3,5; 8

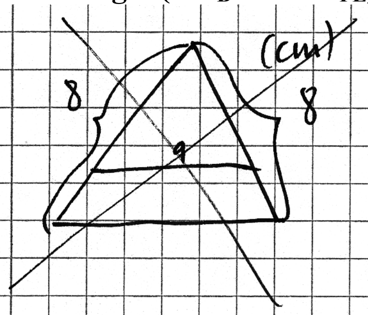
$8 - 5{,}25 = 2{,}75$

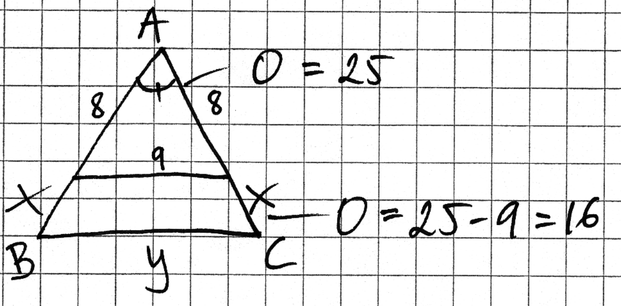
2,75 minsta avstånd y-led

Kommentar: Elevlösningen visar hur minsta avståndet bestäms med hjälp av grafräknare. Motiveringarna är knapphändiga men lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (1 A_B och 2 A_{PL})





$\angle DAE = \angle BAC$

$\angle D = \angle B$ (då likbent) & $\angle E = \angle C$

Topptriangelsatsen: $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

$\frac{8}{(8+x)} = \frac{9}{y}$

$\frac{8y}{(8+x)} = 9$

$8y = 9(8+x)$

$8y = 72 + 9x$

$y = \frac{72+9x}{8}$

(2) $\boxed{y = 9 + 1{,}125x}$

(1) $\boxed{2x + y = 16 \text{ cm}}$

$$\begin{cases} 2x + y = 16 & (1) \\ y = 9 + 1{,}125x & (2) \end{cases}$$

(1) $2x + (9 + 1{,}125x) = 16$

$2x + 9 + 1{,}125x = 16$

$2x + 1{,}125x = 16 - 9$

$3{,}125x = 7$

$x = 2{,}24$

(2) $y = 9 + 1{,}125 \cdot 2{,}24$

$y = 11{,}52 \text{ cm}$

Svar:

$x = 2{,}24 \text{ cm}$

$y = 11{,}52 \text{ cm}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt ritad figur med nödvändiga variabler ansatta. När parallelltrapetsets omkrets tecknas används likhetstecknet felaktigt, $O = 25 - 9 = 16$. Pilarna som används genom lösningen har olika betydelser vilket gör att lösningen inte är helt lätt att följa och förstå. Bristerna ovan gör att kraven för kommunikationspoäng inte uppfylls. Sammantaget ges lösningen en begreppspoäng och två problemlösningspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2b

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T1 Metoder för beräkningar vid budgetering.
T2 Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
T4 Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
T5 Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
T9 Begreppet logaritm i samband med lösning av exponentialekvationer.
T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11 Utvidgning av talområdet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.

Geometri

G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.

Samband och förändring

F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S2 Orientering och resonemang kring korrelation och kausalitet.
S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4 Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.