Part B	Problems 1-9 which only require answers.
Part C	Problems 10-16 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for Part B and Part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

Level requirements

The test consists of an oral part (Part A) and three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 67 points of which 26 E-, 24 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 18 points
D: 28 points of which 8 points on at least C-level
C: 37 points of which 15 points on at least C-level
B: 47 points of which 6 points on A-level
A: 55 points of which 10 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge level(s) (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answers required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thoughts and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational program on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

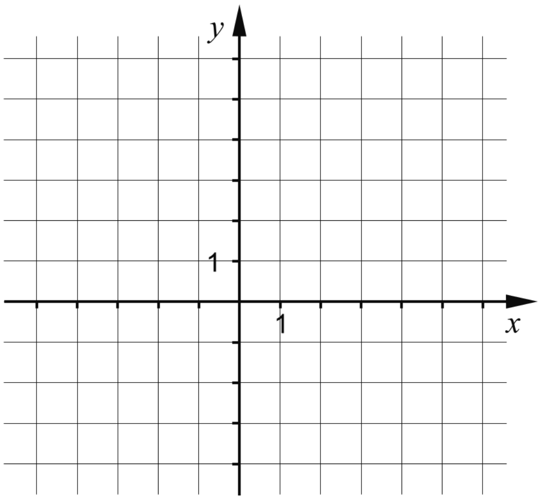
Date of birth: ______________________________

Educational program: ______________________________

Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

1. A straight line passes through the point (2, 3) and has a gradient $k = 2$

a) Draw the line in the coordinate system below. (1/0/0)

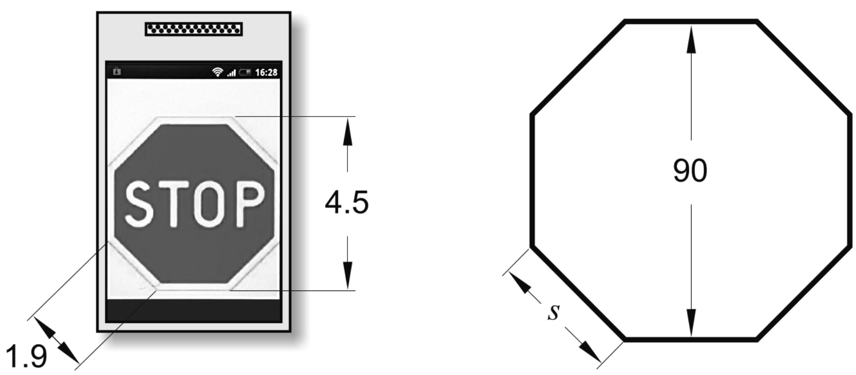


The equation of the line can be written in the form $y = kx + m$.

b) What is the m-value of the line? _______________ (1/0/0)

2. Kajsa is a member of a theatre group and she is going to make a stop sign out of cardboard for a show. She searches on the Internet and finds out that the height of a stop sign is 90 cm but she cannot find anything on the length of a side. Kajsa then uses her mobile phone to find a picture of a stop sign. She measures the height of the sign and also one of the sides. See below.

(cm)



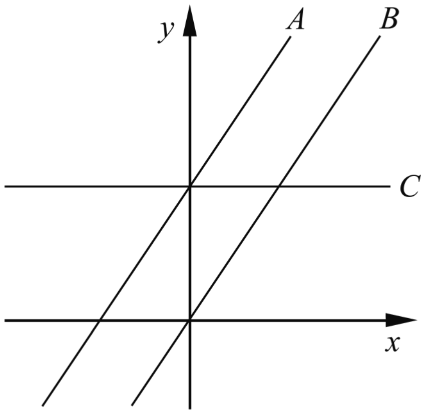
What is the length of the side s of the stop sign in reality?

_______________ (1/0/0)

3. Write down a quadratic equation where one of the complex roots is $x = -3i$

______________________ (1/0/0)

4. The figure shows three straight lines, A, B and C.
The equation of line A is $y = 1.5x + 3$



Lines A and B are parallel.

a) Write down the equation of line B. ______________________ (1/0/0)

Line C is parallel to the x-axis.

b) Write down the equation of line C. ______________________ (1/0/0)

5. Solve the equations and give exact answers.

a) $10^x = 9$ ______________________ (1/0/0)

b) $3^x \cdot 3^{x-2} = 9$ ______________________ (0/1/0)

6. Suggest what the brackets should contain in order for the equality to be true.

$(\quad\quad)\cdot(\quad\quad) = 4x^2 - 36$

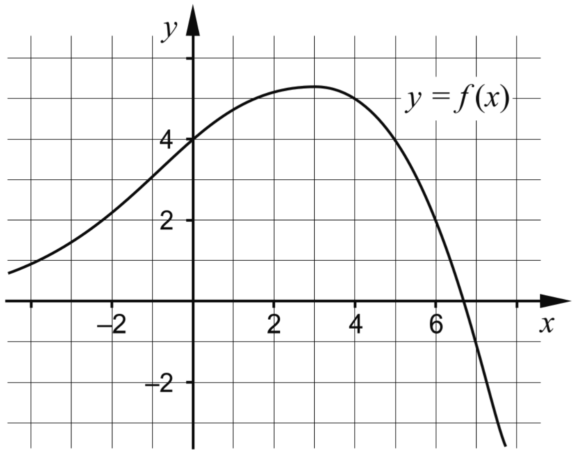
The variable x must occur inside both brackets. $(\quad\quad)\cdot(\quad\quad)$ (0/1/0)

7. Simplify the following expressions as far as possible.

a) $8y + (4 - y)^2$ ______________________ (1/0/0)

b) $\dfrac{3(x+3)^2 - 3(3+3x)}{3}$ ______________________ (0/1/0)

8. The figure shows the graph of a function *f* where $y = f(x)$.



a) Use the graph to determine *a* if $f(a) = -1$ ______________________ (0/1/0)

b) Use the graph to determine $f(b)$ when $f(b-1) = 4$

______________________ (0/0/2)

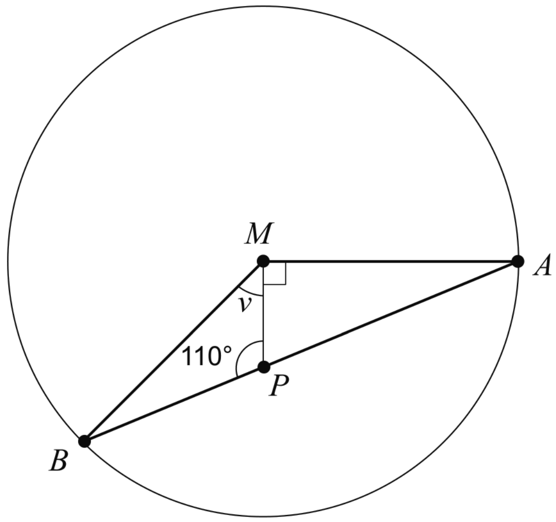
9. Determine for what values of *x* the inequality $x^2 > 3$ holds.

______________________ (0/1/1)

Part C: Digital resources are not allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

10. Solve the equation $x^2 - 8x - 9 = 0$ algebraically. (2/0/0)

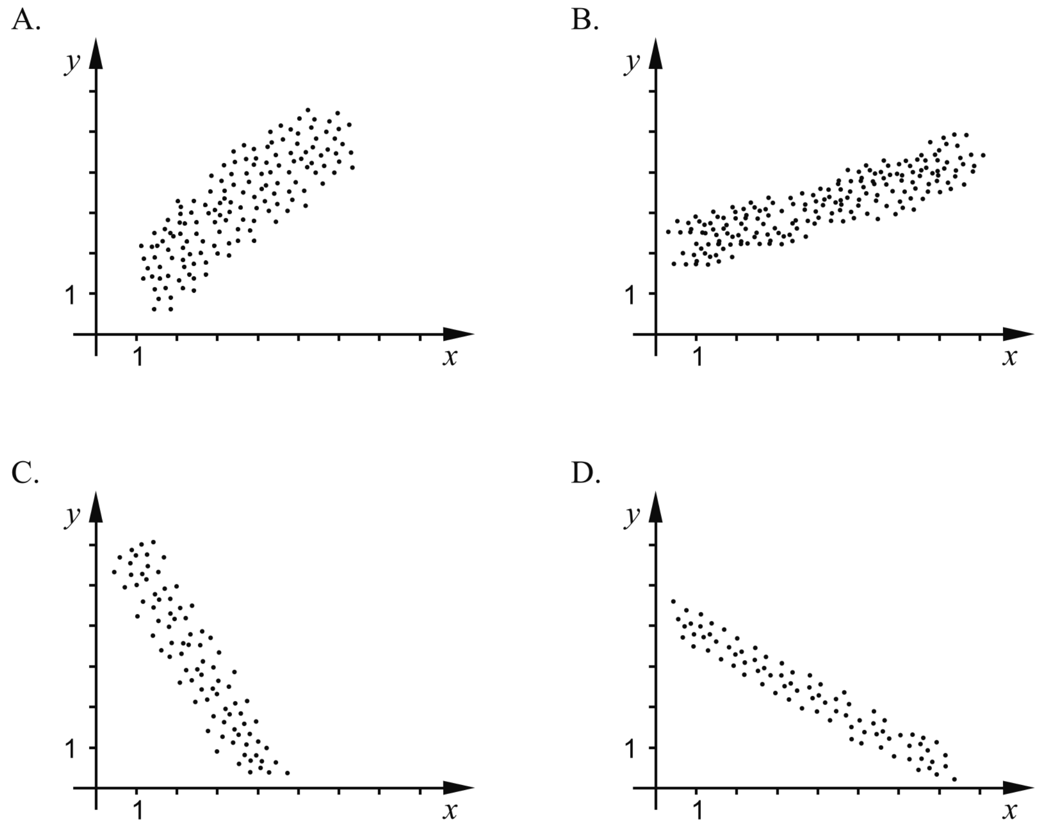
11. The triangle *ABM* is inscribed in a circle with centre *M*.
The point *P* lies on the line *AB*, see figure.



Determine the angle *v*. (1/1/0)

12. Determine the values of *x* where the graphs of the quadratic function $f(x) = 3x^2 - 4x - 29$ and the line $g(x) = 2x + 16$ intersect. (0/3/0)

13. Four scatter plots A-D are shown below.



a) Which of the diagrams A-D show/s a negative correlation? Justify your answer. (2/0/0)

b) Which of the diagrams A-D shows the strongest correlation between the variables x and y? Justify your answer. (0/1/0)

14. A machine produces screws. The lengths of the screws are normally distributed with a standard deviation of 0.20 mm.

Approximately 82% of the screws have lengths between 54.0 mm and 54.6 mm.

Determine the average length of the screws. (0/2/1)

15. It holds for the functions f and g that $f(x) = x^2 + a$ and $g(x) = -x^2 + b$.
The number of intersection points for the graphs depends on how the constants a and b are chosen.

Investigate how the number of intersection points depends on the choice of a and b. (0/2/1)

16. Solve the simultaneous equations $\begin{cases} \dfrac{x}{y} - 6 = -1 \\ 4^x \cdot 4^y = 64 \end{cases}$ (0/0/2)

Part D	Problems 17-25 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

Level requirements

The test consists of an oral part (Part A) and three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 67 points of which 26 E-, 24 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 18 points
D: 28 points of which 8 points on at least C-level
C: 37 points of which 15 points on at least C-level
B: 47 points of which 6 points on A-level
A: 55 points of which 10 points on A-level

The number of points you can have for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge level(s) (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answers required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thoughts and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational program on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational program: ______________________________

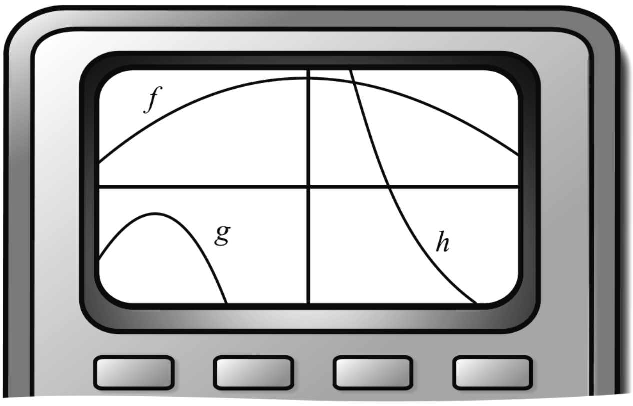
Part D: Digital resources are allowed. Do your solutions on separate sheets of paper.

17. Albin and Joakim are having a movie night so they buy soft drinks and sweets. Albin pays SEK 86 for two soft drinks and four bags of sweets. Joakim buys three soft drinks and two bags of sweets and pays SEK 68.

Let the price of one soft drink be SEK x and the price of one bag of sweets SEK y. Write down simultaneous equations and calculate the price of a soft drink and a bag of sweets respectively. (2/0/0)

18. Find the equation of a straight line that intersects the x-axis when $x = 5$ and has a positive gradient. (2/0/0)

19. Petter is going to determine the number of zeroes of three quadratic functions f, g and h. He has used a graphic calculator to draw the functions. The picture shows the display of the graphic calculator.



Petter says: "I'll have to change the settings of the axes so I can see more of the graphs."

Petter's teacher John says: "You don't have to do that, you can already see how many zeroes each of the quadratic functions has."

Write down the number of zeroes to each of the functions f, g and h and explain how you can determine this with help from the given picture. (2/1/0)

20. In athletics, the participants in decathlon compete in ten different track and field events. To be able to sum up the results of these events, the result from each event is converted into points.

When calculating the score in the javelin throw, the following formula is used:
$P = 10.14 \cdot (D - 7.0)^{1.08}$
where P is the score and D is the measured result in metres.

Ashton Eaton, world record holder in decathlon, won the Olympic gold medal in London 2012. In the javelin throw, he set a personal best with a throw of 61.96 m.

a) Calculate the score Eaton got for his javelin throw of 61.96 m. (1/0/0)

Eaton's total score at the London Olympics was 8869 points. Silver medalist Trey Hardee had a total of 8671 points. In the javelin throw, Hardee threw 66.65 m.

b) How far would Hardee needed to have thrown the javelin to beat Eaton's total score of 8869 points? Assume that his results in the other events are unchanged. (0/2/0)

21. The median of three integers is 34. The mean is 26 and the range 30.

Which are the three numbers? (0/3/0)

22. One of Sweden's environmental objectives is to reduce its carbon dioxide emission. In 1990 the carbon dioxide emission was $7.29 \cdot 10^7$ metric tons. In 2011 the emission had decreased to $6.63 \cdot 10^7$ metric tons.
Assume that the carbon dioxide emission has decreased according to the exponential relation

$y = C \cdot a^x$

where y corresponds to the carbon dioxide emission in metric tons and x corresponds to the number of years after 1990.

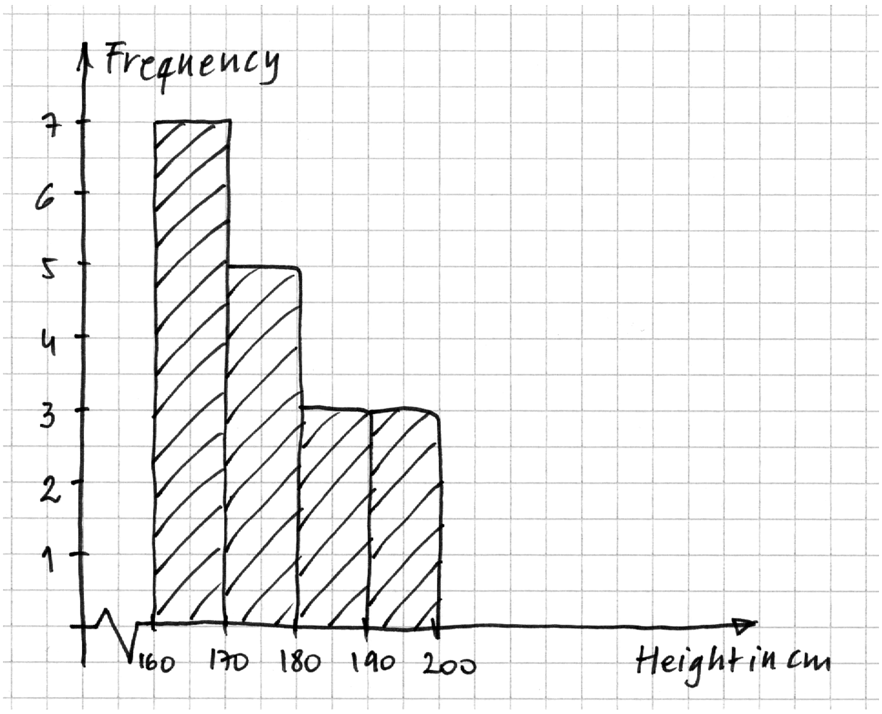
a) Determine the constant C in the above relation.
Only answer required (1/0/0)

b) Calculate the yearly percentage decrease between 1990 and 2011. (2/0/0)

The aim is to decrease the carbon dioxide emission by 40% from 1990 to 2020.

c) Assume that the yearly percentage decrease is 1% starting in 2011 when the emission was $6.63 \cdot 10^7$ metric tons. Counting from 2011, how many years will it take before the carbon dioxide emission is 40% less than in 1990? (0/2/0)

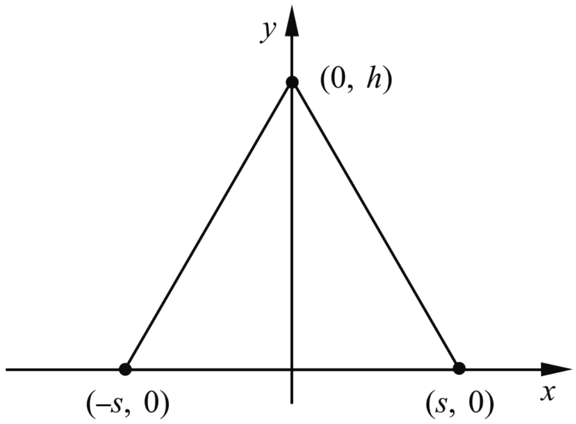
23. Emelie is carrying out a statistical survey on the height of her 18 class mates. She then calculates the mean of the height to 175.5 cm. Emelie presents her results in a histogram. See below.



Emelie shows the histogram to Anton. He uses the histogram to calculate the mean to 176.1 cm. Both Emelie and Anton calculate correctly but they get different means.

Explain why the mean becomes different with the two methods. (0/1/1)

24. An equilateral triangle is drawn in a coordinate system. It has its corners at the points $(0,\ h)$, $(-s,\ 0)$ and $(s,\ 0)$



Determine the area A of the equilateral triangle, expressed only in s. (0/0/3)

25. The picture shows a fountain in Seoul, the capital of South Korea.

The distance along the water surface from the start of the jet of water until it hits the water is approximately 2.3 m. The maximum height of the jet of water above the water surface is approximately 3.1 m. Assume that the jet of water has the same shape as the graph of a quadratic function.

Determine a function that describes the trajectory of the water jet. (0/0/3)

To the student - Information about the oral part

You will be given a problem that you will solve in writing, and then you will present your solution orally. If you need, you can ask your classmates and your teacher for help when solving the problem. Your oral presentation starts with you presenting what the problem is about and then you describe and explain your solution. You must present all steps in your solution. However, if you have done the same calculation several times (for example in a table) it might be sufficient if you present some of the calculations. Your presentation should take a maximum of 5 minutes, and be held to a smaller group of your classmates and your teacher.

The problem given to you should, on the whole, be solved algebraically. You might need a calculator to do some of the calculations but, when presenting your solution, you should avoid referring to the use of your calculator for drawing graphs and/or symbolic handling (if that is the type of calculator you are using).

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

How complete, relevant and structured your presentation is

Your presentation must contain the necessary parts in order for a listener to follow and understand your thoughts. What you say should be in a suitable order and be relevant. The listener must understand how calculations, descriptions, explanations and conclusions are connected with each other.

How well you describe and explain the train of thought behind your solution

Your presentation should contain both descriptions and explanations. To put it simple, a description answers the question *how* and an explanation answers the question *why*. You describe something when you for instance tell *how* you have done a calculation. You explain something when you for instance justify *why* you could use a certain formula.

How well you use the mathematical terminology

In your presentation you should use a language that contains mathematical terms, expressions and symbols, suitable for the problem you have solved.

Mathematical terms are for example words like “exponent”, “function” and “graph”.
An example of a mathematical expression is that x^2 is read “*x* to the power 2” or “*x* squared”.
Some examples of mathematical symbols are π and $f(x)$, which are read “pi” and “*f* of *x*”.

Problem 1. Point of Intersection

Name:______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

A straight line passes through the point $(0, 3)$ and has the gradient -5. Another straight line passes through the points $(-1, -4)$ and $(2, 5)$. Determine the point of intersection of the two straight lines.

Problem 2. Triangle in a Triangle

Name:______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

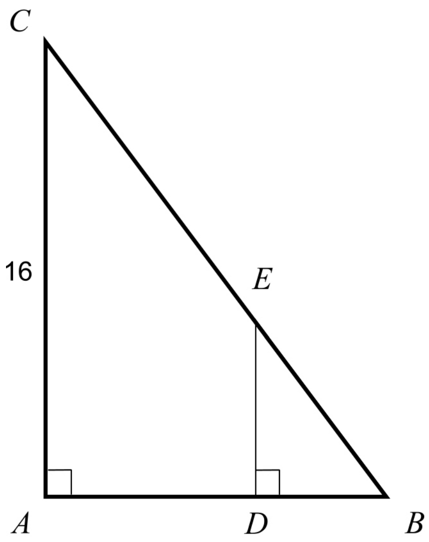


Figure 1

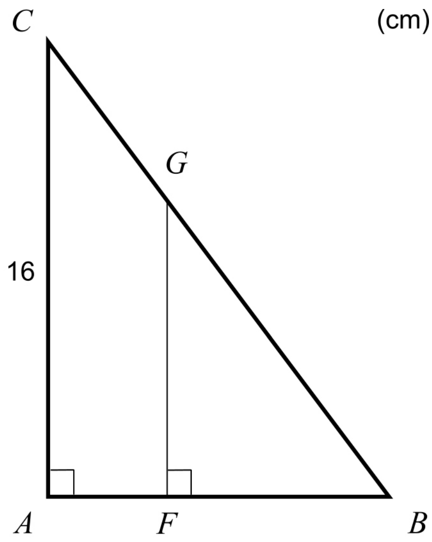


Figure 2

Figure 1 shows two triangles *ABC* and *DBE*. $AC = 16\,\text{cm}$ and $AB = 12\,\text{cm}$.

a) Determine *DE* if $DB = 4.2\,\text{cm}$.

Figure 2 shows two triangles *ABC* and *FBG*. $AC = 16\,\text{cm}$ and $AB = 12\,\text{cm}$.

b) Determine *FG* so that the area of the triangle *FBG* becomes 50 % of the area of the triangle *ABC*.

Problem 3. Throw-in

Name:______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

Jose was playing football and was about to do a throw-in. The ball followed a path that could be described by the function

$$y = -0.04x^2 + 0.6x + 2$$

The balls altitude above the ground is y metres. x is the distance in metres along the ground from the place where Jose was standing when he did his throw.

Throw-in

a) How far did Jose throw the ball?

b) Calculate the balls highest altitude above the ground.

Problem 4. 'Smyckegrottan'

Name:______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration:
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution,
- how well you use the mathematical terminology.

Jewelery and trinket store 'Smyckegrottan' has a storewide sale. Sarah, Wei and Amanda pay them a visit, in hope of finding some bargains. They discover that all hair clips have the same discount price. All bracelets also have a set discount price.

Sarah buys three hair clips and six bracelets and pays SEK 178.50.
Wei buys eight hair clips and two bracelets and pays SEK 168.

Amanda plans on buying six hair clips and three bracelets. How much will she have to pay?

Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	E	C	A	Max
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 8b_1 och 8b_2 den första respektive andra poängen i uppgift 8b.

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1				1								
	M_2												1
	M_3				1								
	M_4												1
	M_5				1								
	M_6								1				
	M_7												1
Del B	1a		1										
	1b	1											
	2	1											
	3			1									
	4a	1											
	4b	1											
	5a		1										
	5b						1						
	6						1						
	7a		1										
	7b						1						
	8a					1							
	8b_1									1			
	8b_2									1			
	9_1							1					
	9_2											1	
Del C	10_1		1										
	10_2		1										
	11_1				1								
	11_2								1				
	12_1					1							
	12_2						1						
	12_3						1						
	13a_1	1											
	13a_2				1								
	13b								1				
	14_1					1							
	14_2							1					
	14_3											1	
	15_1					1							
	15_2								1				
	15_3												1
	16_1											1	
	16_2											1	

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	17_1			1									
	17_2			1									
	18_1			1									
	18_2			1									
	19_1	1											
	19_2				1								
	19_3								1				
	20a		1										
	20b_1							1					
	20b_2							1					
	21_1					1							
	21_2							1					
	21_3								1				
	22a			1									
	22b_1			1									
	22b_2			1									
	22c_1							1					
	22c_2							1					
	23_1								1				
	23_2												1
	24_1											1	
	24_2											1	
	24_3												1
	25_1											1	
	25_2											1	
	25_3												1
	Total	**6**	**6**	**8**	**6**	**5**	**5**	**7**	**7**	**2**	**0**	**8**	**7**
Σ	**67**	**26**				**24**				**17**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2b																	
					Taluppfattning aritmetik och algebra								Geometri	Samband och förändring		Sannolikhet och statistik				Problem-lösning		
		E	C	A	T1	T2	T4	T5	T7	T9	T10	T11	G3	F3	F5	S1	S2	S3	S4	P1	P3	P4
Del A		3	1	3																		
Del B	1a	1	0	0				X						X								
	1b	1	0	0				X														
	2	1	0	0									X									
	3	1	0	0								X								X		
	4a	1	0	0				X														
	4b	1	0	0				X														
	5a	1	0	0					X	X												
	5b	0	1	0					X													
	6	0	1	0			X															
	7a	1	0	0			X															
	7b	0	1	0			X															
	8a	0	1	0										X								
	8b	0	0	2										X								
	9	0	1	1					X						X					X		
Del C	10	2	0	0					X													
	11	1	1	0									X									
	12	0	3	0					X					X								
	13a	2	0	0													X					
	13b	0	1	0													X					
	14	0	2	1														X	X	X	X	
	15	0	2	1					X					X	X							
	16	0	0	2					X		X									X		
Del D	17	2	0	0					X		X									X	X	
	18	2	0	0				X						X						X		
	19	2	1	0										X	X							
	20a	1	0	0		X																
	20b	0	2	0		X														X		
	21	0	3	0														X		X		
	22a	1	0	0					X											X	X	
	22b	2	0	0					X											X	X	
	22c	0	2	0					X	X										X	X	
	23	0	1	1												X		X				
	24	0	0	3				X					X							X		
	25	0	0	3										X	X					X	X	
Total		26	24	17																		

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 67 poäng varav 26 E-, 24 C- och 17 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 28 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 37 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå
B: 47 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 55 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart ritad rät linje	+1 E_P
b)	Korrekt svar (-1)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($s = 38$ cm)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (t.ex. $x^2 = -9$)	+1 E_{PL}
4.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart svar ($y = 1{,}5x$)	+1 E_B
b)	Godtagbart svar ($y = 3$)	+1 E_B
5.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar ($x = \lg 9$)	+1 E_P
	Kommentar: Även det korrekta men ej förenklade svaret $x = \frac{\lg 9}{\lg 10}$ ger poäng.	
b)	Korrekt svar ($x = 2$)	+1 C_P
6.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (t.ex. $(2x+6)\cdot(2x-6)$)	+1 C_P

7. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar ($y^2 + 16$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x^2 + 3x + 6$) +1 C_P

8. **Max 0/1/2**

a) Korrekt svar ($a = 7$) +1 C_B

b) Ett godtagbart angivet värde av $f(b)$, t.ex. $f(b) = 2$ +1 A_B

med godtagbart svar ($f(b) = 2$ och $f(b) \approx 4{,}7$) +1 A_B

9. **Max 0/1/1**

En av olikheterna korrekt angiven, t.ex. $x < -\sqrt{3}$ +1 C_{PL}

med korrekt svar ($x < -\sqrt{3}$, $x > \sqrt{3}$) +1 A_{PL}

Del C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 9$, $x_2 = -1$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

11. **Max 1/1/0**

E	**C**	**A**
Godtagbart enkelt resonemang där insikt visas om att vinkel $MPA = 70°$ och att vinkel $MAP = 20°$ *eller* att vinklarna *MAP* och *MBP* är lika stora. 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till en korrekt bestämning av vinkeln v, $v = 50°$. 1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, visar insikt om att skärningspunkternas *x*-koordinater fås genom att t.ex. sätta $3x^2 - 4x - 29 = 2x + 16$ +1 C_B

godtagbar fortsättning, t.ex. godtagbar omskrivning av ekvationen till $x^2 - 2x - 15 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 5,\ x_2 = -3$) +1 C_P

13. **Max 2/1/0**

a) Korrekt angivna alternativ, C och D +1 E_B

med ett godtagbart enkelt resonemang, (t.ex. ”C och D har negativ korrelation för deras lutning är negativ.”) +1 E_R

b) Godtagbart resonemang med korrekt angivet alternativ (t.ex. ”D eftersom prickarna är minst utspridda där.”) +1 C_R

14. **Max 0/2/1**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar att det givna intervallet motsvarar tre standardavvikelser +1 C_B

med godtagbar fortsättning där en korrekt medellängd anges +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (54,2 mm eller 54,4 mm) +1 A_{PL}

15. **Max 0/2/1**

Godtagbar ansats, visar grafiskt insikt om att funktionerna *f* och *g* har samma symmetrilinje och att graferna till *f* och *g* har en minimipunkt respektive en maximipunkt

eller

inser att funktionernas skärningspunkter fås om $f(x) = g(x)$ och kommer t.ex. fram till $2x^2 = b - a$ +1 C_B

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekta slutsatser om minst två av fallen. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekta slutsatser om alla tre fallen: $a = b,\ a < b$ samt $a > b$. 1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, skriver om ekvationerna, t.ex.	$\begin{cases} x = 5y \\ 4^{x+y} = 4^3 \end{cases}$	+1 A_{PL}
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar	$\left(\begin{cases} x = 2{,}5 \\ y = 0{,}5 \end{cases}\right)$	+1 A_{PL}

Del D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (”En läsk kostar 12,50 kr och en godispåse 15,25 kr”) +1 E_M

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en korrekt linje +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = x - 5$) +1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/1/0**

Korrekt antal nollställen angivna för de tre funktionerna, *f*: 2 nollställen, *g*: 0 nollställen, *h*: 2 nollställen +1 E_B

Godtagbart enkelt resonemang som förklaring till hur antalet nollställen kan bestämmas med hjälp av någon egenskap hos andragradsfunktioner +1 E_R

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara *f*, *g*, *h*, figur, termer såsom *x*-led, *y*-led, *x*-koordinat, *y*-koordinat, koordinater, *x*-axel, *y*-axel, punkt, skärningspunkt, nollställe, symmetri, symmetrilinje, andragradsfunktion, graf, kurva, parabel, maximipunkt, minimipunkt etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (767,9) +1 E_P

Kommentar: I tiokamp avrundas poängen nedåt till heltal. Detta medför att svaret 767 i a)-uppgiften anses som ett godtagbart svar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $1036{,}87 = 10{,}14(D - 7)^{1{,}08}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (79,58 meter) +1 C_{PL}

Kommentar: Beräkningar som bygger på att Hardee och Eaton får samma totalpoäng eller att Hardee vinner med en poäng anses likvärdiga.

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tolkar de tre begreppen på ett korrekt sätt +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (7, 34 och 37) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, bråkstreck, definierade variabler, termer såsom median, medelvärde, variationsbredd, storleksordning, minsta talet, största talet etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 3/2/0**

a) Korrekt svar ($7{,}29 \cdot 10^7$) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $6{,}63 \cdot 10^7 = 7{,}29 \cdot 10^7 \cdot a^{21}$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,45 %) +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

c) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen
$0{,}60 \cdot 7{,}29 \cdot 10^7 = 6{,}63 \cdot 10^7 \cdot 0{,}99^x$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (41,4 år) +1 C_M

Kommentar: Svaren ”41 år” och ”42 år” är godtagbara.

23. **Max 0/1/1**

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som innehåller en förklaring av Antons metod som visar insikt om att han använder klassmitten i sina beräkningar.	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som innehåller en förklaring till varför deras värden blir olika, d.v.s. innehåller ett resonemang om att Emelie använder exakta värden i sin beräkning vilket ger det korrekta medelvärdet *och* att Anton beräknar medelvärdet från varje stapels klassmitt vilket inte nödvändigtvis motsvarar hela stapelns medelvärde.
	1 C_R	1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar sambandet $(2s)^2 = s^2 + h^2$ med hjälp av Pythagoras sats +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($A = \sqrt{3}s^2$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\pm$, $\sqrt{\ }$, symbol för rät vinkel, $A(s)$, figur med införda beteckningar, termer såsom *x*-koordinat, *y*-koordinat, koordinater, *x*-axel, *y*-axel, punkt, area, bas, höjd, sida, längd samt hänvisning till Pythagoras sats etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

25. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer maxpunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån sitt definierade koordinatsystem (t.ex. $y = -2{,}34x^2 + 5{,}39x$) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $f(x)$, figur, termer såsom x-led, y-led, x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, skärning med x-axel, punkt, skärningspunkt, symmetri, symmetrilinje, funktion, andragradsfunktion, graf, kurva, funktionsvärde, parabel, maximipunkt etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 10

Elevlösning 1 (0 poäng)

$x^2 - 8x - 9 = 0$

$x = -4 \pm \sqrt{16+9}$

$x = -4 \pm 5$

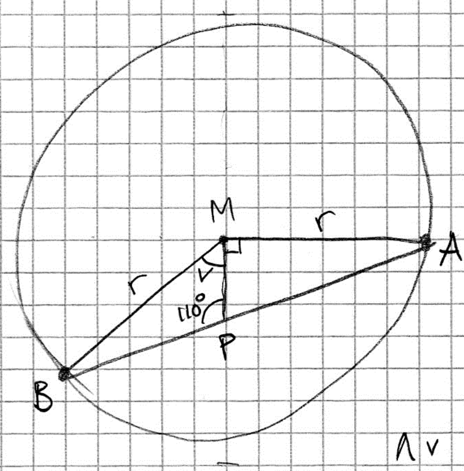
$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -9 \end{array}}$

SVAR: $x_1 = 1 \quad x_2 = -9$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 11

Elevlösning 1 (1 E_R och 1 C_R)



BM och AM är radier.

$\wedge B = \wedge A$

$\wedge$ MPA $180° - 110° = 70°$

$\wedge A$ är då $180° - (90° + 70°) = 20°$

$\wedge B = 20°$

$\wedge v$ är då $180° - (20° + 110°) = 50°$

Kommentar: Elevlösningar visar en korrekt bestämning av vinkeln *v*. Elevlösningen visar ett resonemang där vissa motiveringar saknas, t.ex. motiveras inte varför "$\wedge B = \wedge A$". Lösningen är trots dessa brister lätt att följa och anses nätt och jämnt uppfylla kravet för resonemangspoäng på C-nivå.

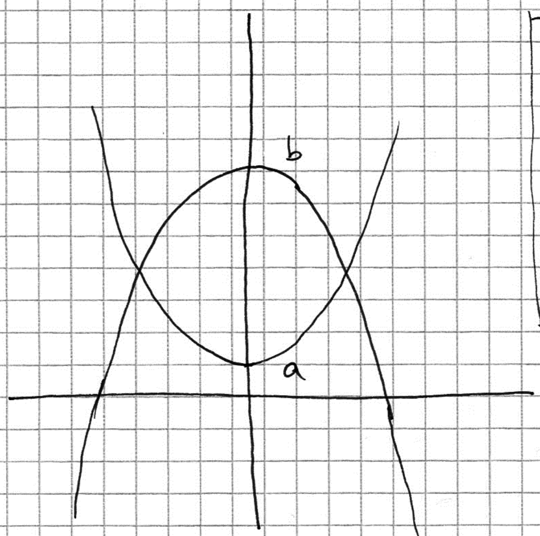
Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 C_B)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$

Antalet skärningspunkter beror på hur konstanterna a och b väljs



Om $b > a$ är antalet skärningspunkter $= 2$

Om $b = a$ är antalet skärningspunkter $= 1$

Om $b < a$ är antalet skärningspunkter $= 0$

Kommentar: Elevlösningen visar hur graferna ser ut i fallet $b > a$. Utifrån skissen dras en korrekt slutsats. Slutsatserna i de övriga två fallen är också korrekta men resonemang, i form av skisser, saknas. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng på C-nivå.

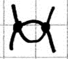
Elevlösning 2 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^2 + a \qquad g(x) = -x^2 + b$

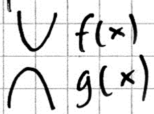
$f(x)$ har en minimipunkt (x^2 är positiv)

$g(x)$ har en maximipunkt (x^2 är negativ)

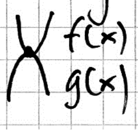
om $a <$ maximipunkt $g(x)$ har graferna 2 skärningspunkter
detsamma gäller om $b >$ minimipunkt $f(x)$



om $a >$ maximipunkt $g(x)$ har graferna inga skärnings-punkter. Detsamma gäller om $b <$ minimipunkt $f(x)$



om $a =$ maximipunkt $g(x)$ eller om $b =$ minimipunkt $f(x)$
har graferna 1 skärningspunkt

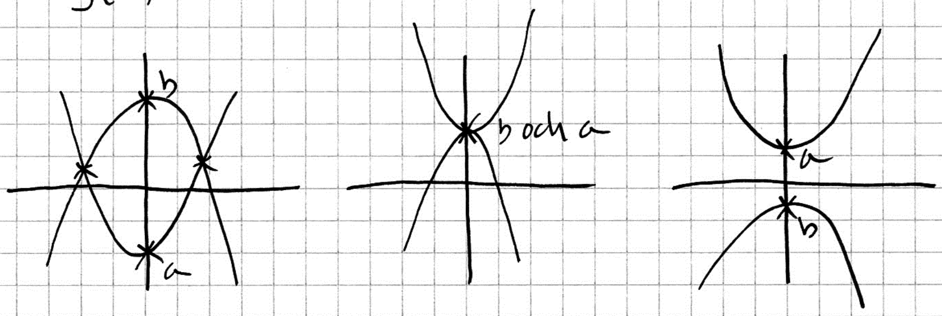


Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Lösningen visar även att grafen till f har en minimipunkt och att grafen till g har en maximipunkt. Sammantaget motsvarar lösningen samtliga möjliga poäng.

Elevlösning 3 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$



Är $b > a$ finns två skärningspunkter

Är $b = a$ finns en skärningspunkt (där a och b ligger)

Är $a > b$ finns ej någon skärningspunkt.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Av skisserna framgår att funktionerna har samma symmetrilinje i alla tre fallen samt att *a* är minsta värde för *f* och att *b* är största värde för *g*. Lösningen som helhet uppfyller kravet på var och en av de tre möjliga poängen.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (0 poäng)

$y = kx + m$

$y = 1x - 5$

$y = x - 5$

Svar: $y = x - 5$

Kommentar: Elevlösningen innehåller visserligen ett korrekt svar men eftersom det inte framgår hur ekvationen bestämts uppfylls inte kravet på godtagbar ansats.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (1 E_R)

Graf (F)

-Har 2 nollställen då Parabelns mittlinje
och maximi punkt är ovanför origo

Graf (H)

-Har 1 nollställe då grafen ej kommer
att tangera varken x eller y axeln efter
det första nollstället

Graf (G)

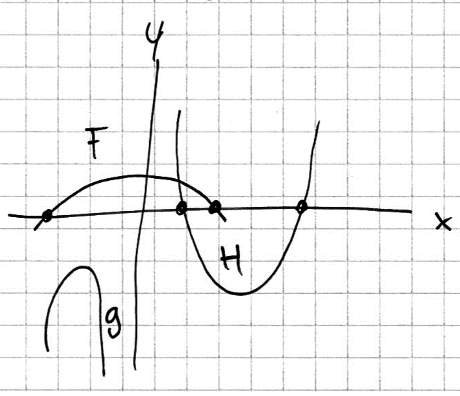
-Har inget nollställe då grafens maximipunkt
ej tangerar med x-axeln och grafen
kommer att följa men aldrig tangera
y-axeln

Kommentar: Elevlösningen visar fel antal nollställen angivna för graf *h*. Därmed uppnås inte kravet för begreppspoängen. När det gäller graferna *f* och *g* anges en egenskap hos andragradsfunktioner i och med resonemanget kring hur maximipunktens placering ovanför respektive nedanför *x*-axeln påverkar antalet nollställen. Lösningen ges därmed resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_B och 1 E_R)

F = 2 nollställen
H = 2 nollställe
g = Inga nollställen

För att f och h skär x-axeln men g skär inte x-axeln därför saknar den nollställen.



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt skissad graf som förklaring till de korrekt angivna nollställena för de tre graferna. Skissen tillsammans med ”*g* skär inte *x*-axeln därför saknar den nollställen” anses vara nätt och jämnt tillräckligt för att kravet för resonemangspoäng ska vara uppfyllt. Skissen är inte tillräcklig för att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå ska vara uppfyllda.

Elevlösning 3 (1 E_B, 1 E_R och 1 C_K)

f grafens extrempunkt är en maximipunkt som är belägen över x axeln och har därför två nollpunkter

g grafen har en maximipunkt som är belägen under x axeln och saknar därför nollställen.

h grafen har en minimipunkt som är under x axeln och har därmed två nollställen

Kommentar: Elevlösningen visar en fullständig lösning med korrekt antal nollställen angivna samt ett godtagbart resonemang som omfattar de egenskaper hos var och en av funktionerna som leder till antalet nollställen. Lösningen är möjlig att följa och förstå och trots att den felaktiga termen ”nollpunkter” används vid beskrivning av graf *f* så anses lösningen även uppfylla kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (1 C_B)

$x, 34, y$

$$\frac{x+34+y}{3} = 26$$

$y - x = 30$

Kommentar: Elevlösningen visar på förståelse av de tre begreppen median, medelvärde och variationsbredd. Därmed uppfylls kravet för begreppspoängen.

Elevlösning 2 (1 C_B, 1 C_{PL} och 1 C_K)

x, 34, y variationsbredd ger:

↑ Median

$$y = x + 30$$

Medel: $$26 = \frac{x + 34 + x + 30}{3}$$

$$78 = 2x + 64$$

$$14 = 2x \Rightarrow x = 7$$

<u>Svar</u>: 7, 34, 37

Kommentar: Lösningen är lätt att följa och förstå och uppgiften behandlas i sin helhet. Eftersom uppgiftens karaktär är sådan att kortfattad lösning är tillräcklig anses även kraven för kommunikationspoängen på C-nivå vara nätt och jämnt uppfyllda.

Uppgift 22b

Elevlösning 1 (2 E_M)

b.) SVAR: 0,5 %

$$y = C \cdot a^x$$

$$6{,}63 = 7{,}29 \cdot a^{21}$$

$$\frac{6{,}63}{7{,}29} = a^{21}$$

$$0{,}909 = a^{21}$$

$$0{,}909^{1/21} = a$$

$$a = 0{,}995$$

<u>Prövning</u>

$$7{,}29 \cdot 0{,}995^{21} \approx 6{,}6$$

Det stämmer.

Kommentar: Elevlösningen är korrekt men innehåller en avrundning i beräkningarna som leder till otillräcklig noggrannhet i svaret. Lösningen bedöms trots detta uppfylla kraven för båda poängen på deluppgiften.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (0 poäng)

Emelie hade de exakta värdena när hon
beräknade medelvärdet för längderna,
medans anton fick bara de värden som
fanns på histogrammet, utan måste
multiplicera längden med frekvensen på
alla längder i histogrammet. Detta gör
att Anton bara får medelvärdet för
histogrammet, medans Emelie får ett
medelvärde för längden.
Anton måste i detta fallet multiplicera
den frekvens som finns vid varje längd-
kategori och sedan dela det värdet med
den totala frekvensen. Detta gör att medelvärdet
för histogrammet blir 176,1 cm medans medelvärdet
för längden är 175,5 cm.

Kommentar: Elevlösningen saknar en förklaring som visar insikt om att Anton använder klassmitten i sina beräkningar. Därmed uppfylls inte kravet för resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_R)

Antons metod:

$$\frac{165 \cdot 7 + 175 \cdot 5 + 185 \cdot 3 + 195 \cdot 3}{18} = 176{,}1$$

Emelies metod:

$$\frac{160 \cdot 7 + 170 \cdot 5 + 180 \cdot 3 + 190 \cdot 3 + 200 \cdot 3}{21} = 175{,}5$$

Svar: Anledningen till att medelvärdena blir olika vid de olika metoderna är för att Anton har utgått från medelvärdet av varje stapel medan Emelie har utgått från det minsta och största värdet i varje stapel.

Kommentar: Elevlösningen innehåller en beräkning som förklaring till att Anton använder klassmitten i sina beräkningar. Däremot är beskrivningen av Emelies metod felaktig.

Elevlösning 3 (1 C_R och 1 A_R)

ANTON RÄKNAR UT MEDELVÄRDET GENOM ATT:

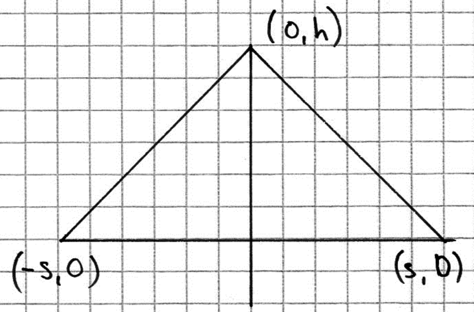
$$\frac{(165 \cdot 7) + (175 \cdot 5) + (185 \cdot 3) + (195 \cdot 3)}{18} = 176{,}1$$

EMELIE DÄREMOT HAR DE EXAKTA MÄTVÄRDENA FRÅN VAR OCH EN AV PERSONERNA OCH INTE ETT INTERVALL SOM ANTON HAR. HON HAR ALLTSÅ ANDRA UPPGIFTER SOM INTE KAN LÄSAS UR HISTOGRAMMET.

Kommentar: Elevlösningen innehåller, förutom en korrekt förklaring till Antons metod, en förklaring till varför deras värden blir olika. Det framgår att Emelie använder exakta mätvärden. Däremot är formuleringen ”Hon har alltså andra uppgifter som inte kan läsas ur histogrammet.” vag då det inte framgår vilka andra uppgifter som avses. Trots detta uppfyller lösningen nätt och jämnt kravet för resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (1 A_{PL} och 1 A_K)



Avståndet mellan (-s,0) och (s,0) är:

$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

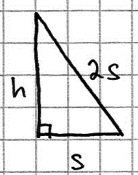
$d = \sqrt{(s-(-s))^2 + (0-0)^2}$

$d = \sqrt{(2s)^2} = \sqrt{4s^2} = 2s$

Triangeln är liksidig $\Leftrightarrow$ alla sidor är lika långa

Alla sidor har längden 2s

Man kan dela upp triangeln i två rätvinkliga trianglar:



Enligt pythagoras sats:

$(2s)^2 - s^2 = h^2$

$4s^2 - s^2 = h^2$

$h^2 = 3s^2$

$h = 3s$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2s \cdot 3s}{2} = \frac{6s^2}{2} = 3s^2$

Svar: $A = 3s^2$

Kommentar: Elevlösningen behandlar problemet i sin helhet och är i huvudsak korrekt men innehåller ett fel då $h^2 = 3s^2$ blir $h = 3s$. På grund av detta fel uppfylls inte kravet för andra problemlösningspoängen, däremot anses kravet för kommunikationspoängen vara uppfyllt.

Elevlösning 2 (2 A_{PL})

Pythagoras sats ger att:

$h^2 + s^2 = (2s)^2 = 4s^2$

$h = \sqrt{4s^2 - s^2} = \sqrt{3}\, s$

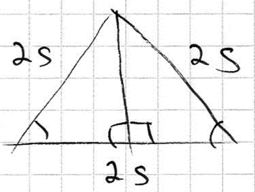
$A = s \cdot h = s^2\sqrt{3}$

Svar: Arean är $\sqrt{3}\, s^2$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt men svår att följa och förstå. T.ex. används $A = sh$ utan motivering. Därmed uppfylls inte kravet för kommunikationspoängen.

Elevlösning 3 (2 A_{PL} och 1 A_K)

Då den är liksidig är alla sidor lika $\Rightarrow$



Pythagoras sats gäller då den är rätvinklig

$$s^2 + h^2 = (2s)^2$$

$$s^2 + h^2 = 4s^2$$

$$h^2 = 4s^2 - s^2$$

$$h = \sqrt{3s^2}$$

$$h = \sqrt{3}\, s$$

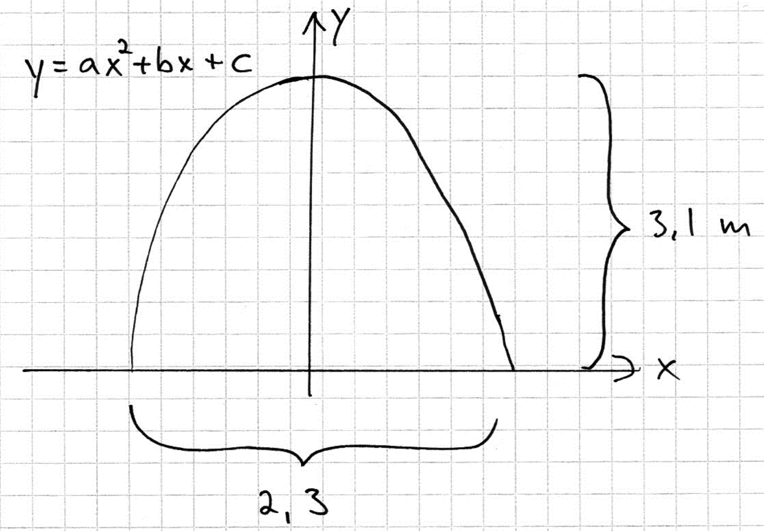
$$A = \frac{B \cdot h}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{2s \cdot \sqrt{3}\, s}{2} = \frac{\cancel{2} \sqrt{3}\, s^2}{\cancel{2}} = \sqrt{3}\, s^2$$

Kommentar: Elevlösningen är korrekt och lätt att följa och förstå. I figuren finns inte *h* utsatt, men lösningen uppfyller ändå kravet på kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösning 1 (2 A_M)



Varje meter motsvarar 1 i koordinatsystemet!

Kurvan skär y-axeln på $y = 3,1$

Andragradsfunktionens c-värde är alltså 3,1.

$\frac{2,3}{2} = 1,15$

0-ställerna är $(-1,15; 0)$ och $(1,15; 0)$

-a-värdet är negativt eftersom kurvan har en maximipunkt.

Då a-värdet är $-2,34$ (vilket jag fick fram med hjälp av grafritande räknare) skär grafen x-axeln vid $-1,15$ samt $1,15$.

Funktionen är alltså:

$y = -2,34x^2 + 3,1$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt lösning som utgår från en korrekt skissad graf och där räknaren använts för att ta fram funktionen. Eftersom förklaring till hur räknaren använts och redovisning av hur konstanten *b* har bestämts saknas uppfylls inte kravet för kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2b

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T1 Metoder för beräkningar vid budgetering.
T2 Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
T4 Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
T5 Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
T9 Begreppet logaritm i samband med lösning av exponentialekvationer.
T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11 Utvidgning av talområdet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.

Geometri

G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.

Samband och förändring

F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S2 Orientering och resonemang kring korrelation och kausalitet.
S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4 Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Bedömningsformulär

Elev:__________________________ **Klass:**_______________ **Provbetyg:** ____________

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
Del B	1a												
	1b												
	2												
	3												
	4a												
	4b												
	5a												
	5b												
	6												
	7a												
	7b												
	8a												
	8b_1												
	8b_2												
	9_1												
	9_2												
Del C	10_1												
	10_2												
	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	13a_1												
	13a_2												
	13b												
	14_1												
	14_2												
	14_3												
	15_1												
	15_2												
	15_3												
	16_1												
	16_2												

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	17_1												
	17_2												
	18_1												
	18_2												
	19_1												
	19_2												
	19_3												
	20a												
	20b_1												
	20b_2												
	21_1												
	21_2												
	21_3												
	22a												
	22b_1												
	22b_2												
	22c_1												
	22c_2												
	23_1												
	23_2												
	24_1												
	24_2												
	24_3												
	25_1												
	25_2												
	25_3												
	Total												
Σ													

	Total	**6**	**6**	**8**	**6**	**5**	**5**	**7**	**7**	**2**	**0**	**8**	**7**
Σ	**67**	**26**				**24**				**17**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation