Kravgränser

Provet består av Del B, Del C, Del D samt en muntlig del och ger totalt 66 poäng varav 26 E-, 22 C- och 18 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

17. **Max 2/1/0**

Korrekt antal nollställen angivna för de tre funktionerna, f: 2 nollställen, g: 0 nollställen och h: 2 nollställen +1 E_B

Godtagbart enkelt resonemang som förklaring till hur antalet nollställen kan bestämmas med hjälp av någon egenskap hos andragradsfunktioner +1 E_R

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara f, g, h, figur (med införda beteckningar), termer såsom x-led, y-led, x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, punkt, skärningspunkt, nollställe, symmetri, symmetrilinje, andragradsfunktion, graf, kurva, parabel, maximipunkt, minimipunkt etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (”En läsk kostar 12,50 kr och en godispåse 15,25 kr”) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\{$, x, y, definierade variabler, termer som ekvation och hänvisning till substitutionsmetod, additionsmetod samt angivna enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 1/3/0**

Godtagbar ansats, tecknar ett uttryck för hagens area, t.ex. $x(52-2x)$ +1 E_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer areafunktionens symmetrilinje +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (”Sidorna ska vara 13 m och 26 m”) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $A(x)$, parenteser, figur (med införda beteckningar), termer såsom symmetri, symmetrilinje, nollställen, maximipunkt, största värde, area samt angivna enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (150 000) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar antalet vildsvin efter ett år +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (26 %) +1 C_{PL}

21. **Max 1/2/1**

a) Godtagbar bestämning av $f(0)$, (378) +1 E_P

Godtagbar tolkning (”Ozonlagrets tjocklek 1:a juni”) +1 C_R

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378 = 220$ eller använder grafräknare och ritar graferna till funktionerna $y = 0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378$ och $y = 220$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Nej det blev aldrig något hål. Det blir minus under rottecknet och då saknar ekvationen lösning, ozonet når aldrig värdet 220 DU.”) +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer triangelns bas eller L_1:s skärning med x-axeln +1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer L_2:s skärning med x-axeln, (7, 0) +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = -x + 7$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, x, y, figur (med införda beteckningar), termer såsom x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, punkt, skärningspunkt, rät linje, lutning, riktningskoefficient, area, bas, höjd, hänvisning till räta linjens ekvation, area för en triangel etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för dikets tvärsnittsarea i en variabel +1 A_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. tecknar ett uttryck för volymen och sätter det lika med 10 +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar. (”Bottenbredd och höjd blir 0,59 m samt markbredd blir 1,09 m”) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $A(x)$, $V(x)$, definierade variabler, figur (med införda beteckningar), areafunktion, volymsfunktion, termer såsom, nollställen, symmetri, symmetrilinje, största värde, area, volym, hänvisning till formler för relevanta geometriska areor samt angivna enheter etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Uppgift 17

Elevlösning 1 (1 E_R)

Graf (F)

-Har 2 nollställen då Parabelns mittlinje och maximi punkt är ovanför origo

Graf (H)

-Har 1 nollställe då grafen ej kommer att tangera varken x eller y axeln efter det första nollstället

Graf (G)

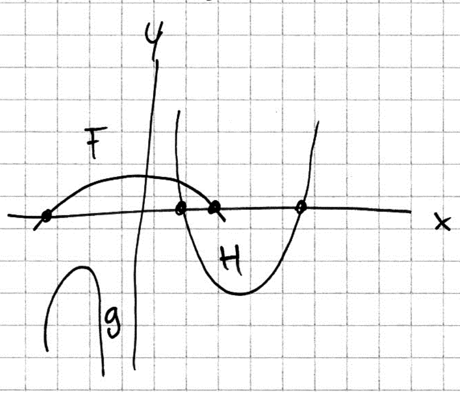
-Har inget nollställe då grafens maximipunkt ej tangerar med x-axeln och grafen kommer att följa men aldrig tangera y-axeln

Kommentar: Elevlösningen visar fel antal nollställen angivna för graf *h*. Därmed uppnås inte kravet för begreppspoängen. När det gäller graferna *f* och *g* anges en egenskap hos andragradsfunktioner i och med resonemanget kring hur maximipunktens placering ovanför respektive nedanför *x*-axeln påverkar antalet nollställen. Lösningen ges därmed resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_B och 1 E_R)

F = 2 nollställen
H = 2 nollställe
g = Inga nollställen

För att f och h skär x-axeln men
g skär inte x-axeln därför saknar
den nollställen.



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt skissad graf som förklaring till de korrekt angivna nollställena för de tre graferna. Skissen tillsammans med ”*g* skär inte *x*-axeln därför saknar den nollställen” anses vara nätt och jämnt tillräckligt för att kravet för resonemangspoäng ska vara uppfyllt. Skissen är inte tillräcklig för att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå ska vara uppfyllda.

Elevlösning 3 (1 E_B, 1 E_R och 1 C_K)

f grafens extrempunkt är en maximipunkt som är belägen över x axeln och har därför två nollpunkter

g grafen har en maximipunkt som är belägen under x axeln och saknar därför nollställen.

h grafen har en minimipunkt som är under x axeln och har därmed två nollställen

Kommentar: Elevlösningen visar en fullständig lösning med korrekt antal nollställen angivna samt ett godtagbart resonemang som omfattar de egenskaper hos var och en av funktionerna som leder till antalet nollställen. Lösningen är möjlig att följa och förstå och trots att den felaktiga termen ”nollpunkter” används vid beskrivning av graf *f* så anses lösningen även uppfylla kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 C_M)

$2x + 4y = 86$
$3x + 2y = 68$

$2x + 4y = 86$
$-6x - 4y = -136$

$-4x = -50$

$x = 12{,}50$

Svar: 12,50 för läsken och 15.25 för godiset

Kommentar: Lösningen visar ett godtagbart ekvationssystem men saknar beräkning av priset för en godispåse och därmed är inte lösningen godtagbar. Sammantaget ger lösningen nätt och jämnt en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_M och 1 C_K)

Läsk = x

Godis = y

$86 = 2x + 4y$
$68 = 3x + 2y$

$3 \cdot 86 = 3(2x + 4y)$
$258 = 6x + 12y$

$2 \cdot 68 = 2(3x + 2y)$
$136 = 6x + 4y$

$136 - 4y = 6x$

$258 = 136 - 4y + 12y$
$122 = 8y$
$15{,}25 = y$

$86 = 2x + 15{,}25 \cdot 4$
$\frac{25}{2} = \frac{2x}{2}$
$12{,}5 = x$

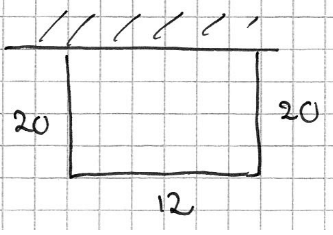
Svar: En läsk 12,5 kr och en godis 15,25 kr

Kommentar: Lösningen visar ett godtagbart ekvationssystem, även om variabler är otydligt definierade. Uppgiften behandlas i sin helhet och är möjlig att följa och förstå trots att förklaringar till lösning av ekvationssystemet saknas. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kravet för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ger lösningen två modellerings- och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (1 E_M)

Arean $= x(52-2x)$ $\quad 20+20+12 = 52$ m



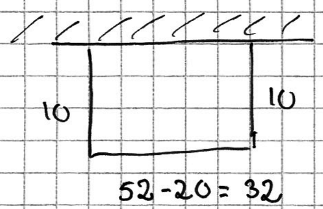
Arean $20 \cdot 12 = 240$ m^2

Svar Sidorna kan vara 20 och 12m och 12m

Kommentar: I lösningen tecknas ett uttryck för hagens area och sedan bestäms hagens sidlängder genom specialfall. Sammantaget ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_M)

$A = x(52-2x)$



$A = 10 \cdot 32 = 320$

Sidorna	12	$52-24=28$	$A=12 \cdot 28 = 336$
	15	$52-30=22$	$A=15 \cdot 22 = 330$
	13	$52-26=26$	$A=13 \cdot 26 = 338$

Sidorna måste vara 13, 13, och 26 m

Kommentar: Lösningen visar bestämning av hagens sidlängder genom prövning. Metoden ger ingen verifiering av vilka sidlängder som ger maximal area. Sammantaget ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_M och 2 C_M)

$A = x\,(52 - 2x)$

$x\,(52 - 2x) = 0$

$x = 0 \quad x = 26$ Alltså ligger symmetrilinjen där $x = 13$

$52 - 26 = 26$

Svar 13m och 26m

Kommentar: Lösningen visar bestämning av sidlängderna i hagen. Dock saknas förklaringar av varför nollställena bestäms och att det är symmetrilinjens värde som används vid bestämning av maximal area. Sammantaget bedöms lösningen ge en modelleringspoäng på E-nivå samt nätt och jämnt två modelleringspoäng på C-nivå.

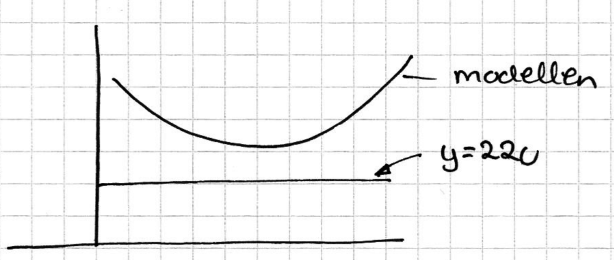
Uppgift 21b

Elevlösning 1 (1 C_{PL} och 1 A_R)

Använder räknaren och ritar in

$y = 220$

$y = 0.0052x^2 - 1{,}4x + 378$



Eftersom modellen aldrig får några värden som ligger på 220 DU eller lägre så blev det aldrig något hål över Norrköping

Kommentar: Lösningen visar en figur där grafen för modellen jämförs med linjen för 220 DU. Med hänvisning till figuren dras slutsatsen att då modellen aldrig når värdet 220 DU så bildas inget ozonhål över Norrköping. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_{PL} och 1 A_R)

$y = 0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378$

$0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378 = 220$

$0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 158 = 0$

$x^2 - 269x + 30385 = 0$

$x = 134{,}5 \pm \sqrt{134{,}5^2 - 30385}$

$x = 134{,}5 \pm \sqrt{-12295}$ går inte

Det verkar inte gå att lösa. Alltså så finns det inga x-värden som blir 220 DU. Då finns det inte heller något hål över N-köping

Kommentar: Lösningen visar en algebraisk lösning. Med hänvisning till att ekvationen saknar lösning så dras indirekt slutsatsen att det inte finns någon tidpunkt som motsvarar 220 DU. Alltså bildas det inte heller något ozonhål. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

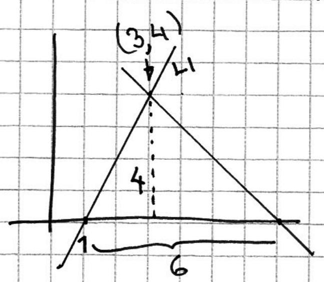
Uppgift 22

Elevlösning 1 (1 C_{PL}, 2 A_{PL} och 1 A_K)

Triangelns area $A = \frac{b \cdot h}{2} = 12$

Punkten $(\overset{x}{3},\overset{y}{4})$; höjden är y-koord $h = 4$

$12 = \frac{b \cdot 4}{2}$; $b = \frac{24}{4} = 6$; basen är 6



Skärningen med x-axeln för L_1

$L_1 = 2x - 2$ $\quad 0 = 2x - 2 \Rightarrow x = 1$

Skärningen med x-axeln för L_2

$1 + 6 = 7$ alltså $x = 7$

Linje L_2 går igenom punkterna $(7,0)$ och $(3,4)$

$y = kx + m$ $\quad k = \frac{4-0}{3-7} = \frac{4}{-4} = -1$

$4 = -1 \cdot 3 + m$ $\quad m = 7$

Svar $y = -1 \cdot x + 7 \Rightarrow y = -x + 7$

Kommentar: Lösningen visar bestämning av skärningspunkten mellan L_2 och x-axeln samt korrekt bestämning av L_2:s ekvation. Lösningen kommuniceras genom att hänvisa till figur och använda symboler och termer såsom koordinatbeteckningar, $y = kx + m$ och en acceptabel förklaring över hur skärningspunkten mellan L_1 och x-axeln beräknas. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (3 A_M)

$$\frac{x(x+0{,}5+x)}{2}$$

$$\frac{x^2+0{,}5x+x^2}{2}$$

$$10=\frac{2x^2+0{,}5x}{2}\cdot 20$$

$$10=(x^2+0{,}25x)\cdot 20$$

$$20x^2+5x=10$$

$$\frac{20x^2+5x-10=0}{20}$$

$$x^2+0{,}25x-0{,}5=0$$

$$x=-\frac{0{,}25}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0{,}25}{2}\right)^2+0{,}5}$$

$$x=-0{,}125\pm\sqrt{0{,}5156}$$

$$x=-0{,}125\pm 0{,}718$$

$$x=0{,}593$$

Svar: $0{,}593=x$

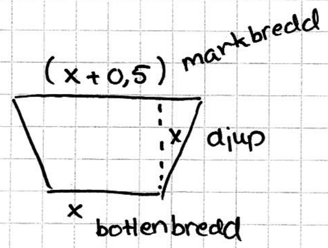
Markbredd $=1{,}093$ m

Bottenbredd $=0{,}593$ m

Djup $=0{,}593$ m

Kommentar: Lösningen omfattar hela problemet och är godtagbar. Variabeln *x* är inte definierad och avsaknaden av figur och förklaringar gör lösningen svår att följa. Sammantaget ges lösningen nätt och jämnt tre modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (3 A_M och 1 A_K)



$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$

$$A = \frac{x(x+x+0{,}5)}{2}$$

$$A = \frac{2x^2+0{,}5x}{2}$$

$$A \cdot 20\text{m} = 10\text{m}^3$$

$$A = (x^2+0{,}25x)\text{m}^2$$

$$20(x^2+0{,}25x) = 10$$

$$20x^2+5x \overset{-10}{} = 10 \overset{-10}{}$$

$$\frac{20x^2+5x-10}{20} = 0$$

$$x^2+0{,}25x-0{,}5=0$$

$$x = \frac{-0{,}25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0{,}25}{2}\right)^2+0{,}5}$$

$$x = -0{,}125 \pm \sqrt{0{,}515625}$$

$$x = -0{,}125 \pm 0{,}71807033308$$

$$x_1 = 0{,}59307033308 \approx 0{,}59$$ Enda x som fungerar

$$x_2 = -0{,}84307033308 \approx (-0{,}84)$$

Svar Dikets bottenbredd kan som mest vara 0,59 m, djupet 0,59 m och markbredden 1,09 m om diket ska vara 20 m långt och ha en volym som är mindre än 10 m3

Kommentar: Lösningen är välstrukturerad med en tydlig figur och definierade variabler. Trots att det inte förklaras explicit att $A \cdot 20\text{m} = 10\text{m}^3$ motsvarar dikets volym så bedöms lösningen ge samtliga modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.