Del B	Uppgift 1-7. Endast svar krävs.
Del C	Uppgift 8-14. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Del B och Del C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 26 E-, 22 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

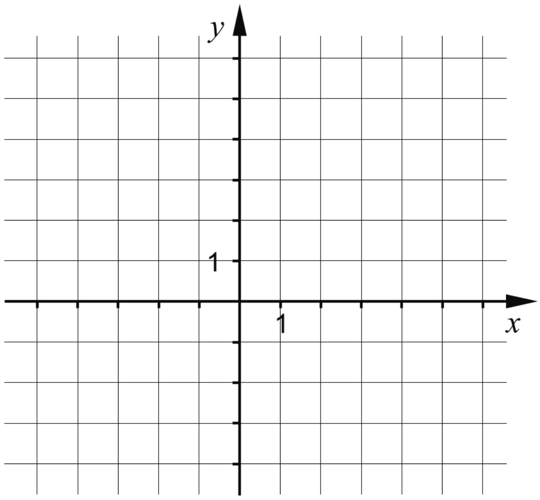
Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Del B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. En rät linje går genom punkten (2, 3) och har lutningen $k = 2$

a) Rita linjen i koordinatsystemet nedan. (1/0/0)



Ekvationen för linjen kan skrivas på formen $y = kx + m$.

b) Vilket *m*-värde har linjen? ____________________ (1/0/0)

2. Ge ett förslag på vad som kan stå i parenteserna för att likheten ska gälla.

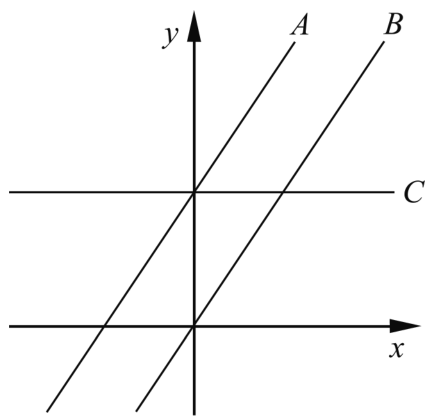
$(\qquad)\cdot(\qquad) = x^2 - 9$

Variabeln *x* ska förekomma i båda parenteserna. $(\qquad)\cdot(\qquad)$ ____________________ (1/0/0)

3. Förenkla uttrycket $8y + (4 - y)^2$ så långt som möjligt.

____________________ (1/0/0)

4. I figuren är tre räta linjer *A*, *B* och *C* ritade.
Ekvationen för linje *A* är $y = 1{,}5x + 3$



Linjerna *A* och *B* är parallella.

a) Ange ekvationen för linje *B*. ______________________ (1/0/0)

Linje *C* är parallell med *x*-axeln.

b) Ange ekvationen för linje *C*. ______________________ (1/0/0)

5. Lös ekvationerna

a) $x^2 - 100 = 0$ ______________________ (1/0/0)

b) $3^{2x} \cdot 9^x = 3^4$ ______________________ (0/1/0)

6. Vilket av alternativen A-C ska stå mellan de två inringade utsagorna nedan?

$f(x) = 3x+3$

A. $\Rightarrow$

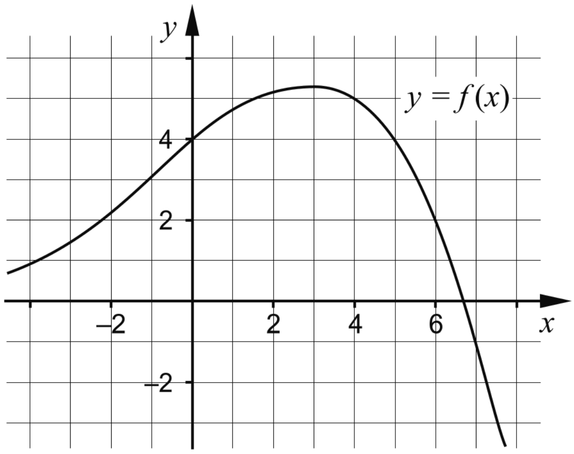
B. $\Leftrightarrow$

C. $\Leftarrow$

Grafen till funktionen f är
en rät linje
och
$f(0) = 3$

______________________ (0/1/0)

7. Figuren visar grafen till funktionen f där $y = f(x)$.



a) Använd grafen och bestäm a om $f(a) = -1$ ______________________ (0/1/0)

b) Använd grafen och bestäm $f(b)$ då $f(b-1) = 4$

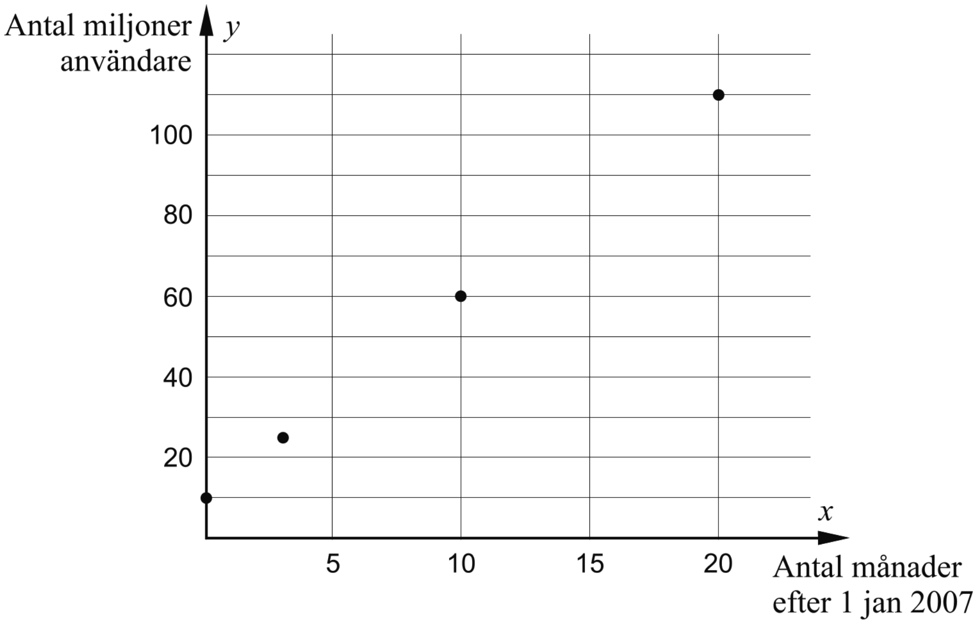
______________________ (0/0/2)

Del C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

8. Lös ekvationen $x^2 - 8x - 9 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

9. Facebook är ett socialt nätverk som används i stora delar av världen. Vid några tillfällen under åren 2007 och 2008 uppskattades antalet användare.

Resultatet markerades i ett diagram där *y* är antalet användare i miljoner och *x* är tiden i månader efter 1 januari 2007. Se nedan.



a) Använd diagrammet och bestäm ett samband för antalet användare på formen $y = kx + m$ (2/0/0)

Den 1 januari 2012 uppskattades antalet användare av Facebook till 840 miljoner.

b) Använd sambandet från uppgift a) och beräkna antalet användare av Facebook den 1 januari 2012. (1/0/0)

c) Kommentera hur väl sambandet stämmer överens med uppskattningen av antalet användare den 1 januari 2012. (1/0/0)

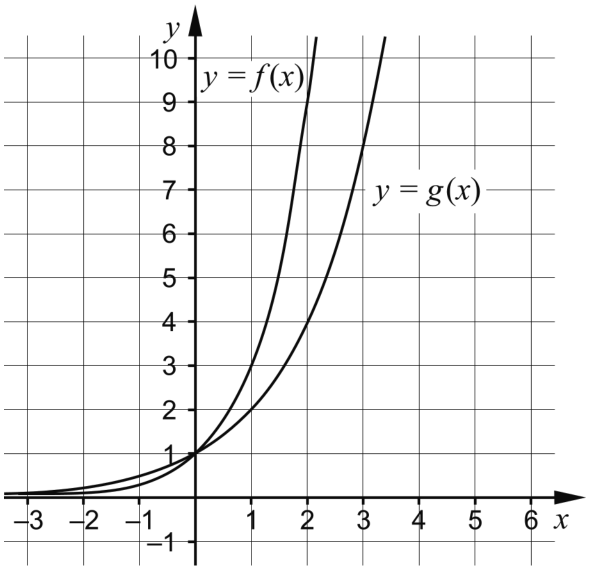
10. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 6x - 2y = 28 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Lös ekvationen $3x^2 - 4x - 29 = 2x + 16$ med algebraisk metod. (0/2/0)

12. För funktionerna *f* och *g* gäller att $f(x) = x^2 + a$ och $g(x) = -x^2 + b$.
Antalet skärningspunkter mellan funktionernas grafer beror på hur konstanterna *a* och *b* väljs.

Undersök hur antalet skärningspunkter beror på valet av *a* och *b*. (0/2/1)

13. Figuren visar graferna till exponentialfunktionerna *f* och *g* där $f(x) = a^x$ och $g(x) = b^x$



En av graferna kan användas för att lösa ekvationen $3 \cdot 2^x = 9$

a) Utred vilken av graferna som kan användas för att lösa ekvationen $3 \cdot 2^x = 9$ (0/1/1)

b) Använd figuren och lös ekvationen $3 \cdot 2^x = 9$ (0/1/0)

14. En linje *L* går genom origo i ett koordinatsystem. *L* skär linjen $y = 2x - 3$ i en punkt där *x*-koordinaten är större än 50.

Vilka ekvationer för linjen *L* är möjliga? Motivera ditt svar. (0/0/3)

Del D	Uppgift 15-23. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Del A) och tre skriftliga delprov (Del B, Del C och Del D). Tillsammans kan de ge 66 poäng varav 26 E-, 22 C- och 18 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

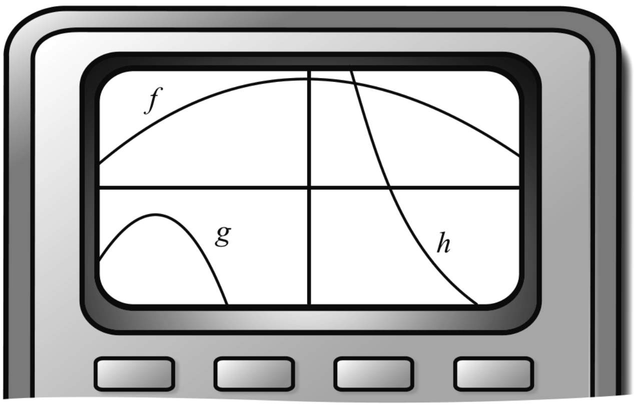
Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Del D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

15. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (2, 5) och (6, 17) (2/0/0)

16. Lös ekvationen $x^3 = 320$ *Endast svar krävs* (1/0/0)

17. Petter ska bestämma antalet nollställen till tre andragradsfunktioner f, g och h. Han har ritat funktionerna med hjälp av en grafräknare. Bilden visar fönstret på grafräknaren.



Petter säger: ”Jag måste ändra inställningen på axlarna, så jag kan se mer av graferna.”

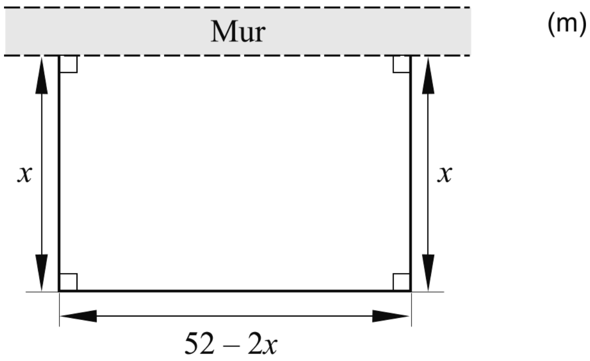
Petters lärare John säger: ”Det behöver du inte, du kan redan nu se hur många nollställen var och en av andragradsfunktionerna har.”

Ange antalet nollställen till var och en av funktionerna f, g och h samt förklara hur du kan bestämma detta med hjälp av den givna bilden. (2/1/0)

18. Ellen och Irma ska ha en filmkväll och köper läsk och godis. Ellen betalar 86 kronor för två läsk och fyra godispåsar. Irma köper tre läsk och två godispåsar och betalar 68 kronor.

Beräkna vad en läsk respektive en godispåse kostar. (0/3/0)

19. En rektangulär hage ska byggas mot en mur. Det finns 52 meter stängsel som ska räcka till tre av sidorna eftersom den fjärde sidan utgörs av muren. Se figur.



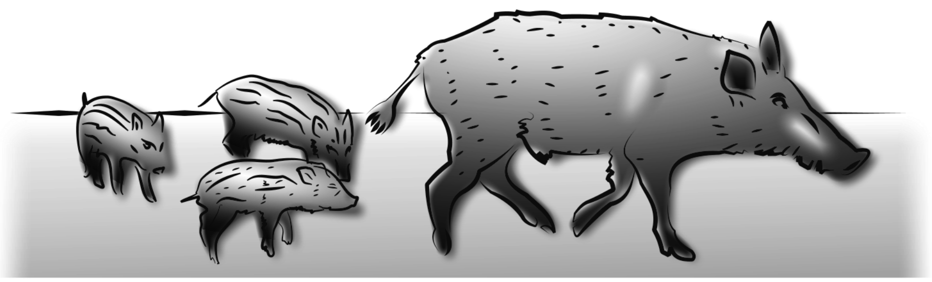
Teckna ett uttryck för arean och bestäm vilka mått hagen ska ha för att dess area ska bli så stor som möjligt. (1/3/0)

20. Under senare tid har vildsvinsstammen i Sverige fördubblats vart tredje år.

Vildsvinsstammen kan beskrivas med en exponentiell modell $y = 15000 \cdot 2^{\frac{x}{3}}$ där y är antalet vildsvin och x är antal år efter år 2000.

a) Hur många vildsvin fanns det år 2010 enligt modellen? (1/0/0)

b) Hur många procent per år växer vildsvinsstammen enligt modellen? (0/2/0)



21. Ozonskiktet som omger Jorden skyddar oss från UV-strålning. Ozonskiktets tjocklek mäts i enheten Dobson Unit (DU).

Sedan 1980-talet mäter SMHI ozonskiktets tjocklek över olika platser i Sverige, bland annat över Norrköping. Mätvärdena från 1 juni till 31 december år 2008 kan enligt en förenklad modell beskrivas av andragradsfunktionen

$$f(x) = 0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378, \quad 0 \leq x \leq 210$$

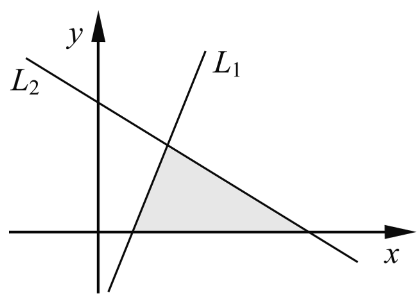
där $f(x)$ är ozonlagrets tjocklek i enheten DU och x är antal dagar efter 1 juni.

a) Bestäm $f(0)$ och beskriv hur $f(0)$ kan tolkas i detta sammanhang. (1/1/0)

När meteorologer talar om ozonhål menar de egentligen områden där ozonskiktets tjocklek är mindre än 220 DU. Det är alltså inte frågan om ett hål utan snarare om ett tunnare ozonskikt.

b) Uppstod det ett ozonhål i Norrköping under perioden 1 juni till 31 december 2008? Motivera ditt svar. (0/1/1)

22. Figuren visar ett koordinatsystem med de båda linjerna L_1 och L_2.
Linje L_1 har ekvationen $y = 2x - 2$ och linje L_2 har ekvationen $y = kx + m$
Linjerna skär varandra i punkten (3, 4) och bildar tillsammans med den positiva x-axeln en triangel med arean 12 ae.



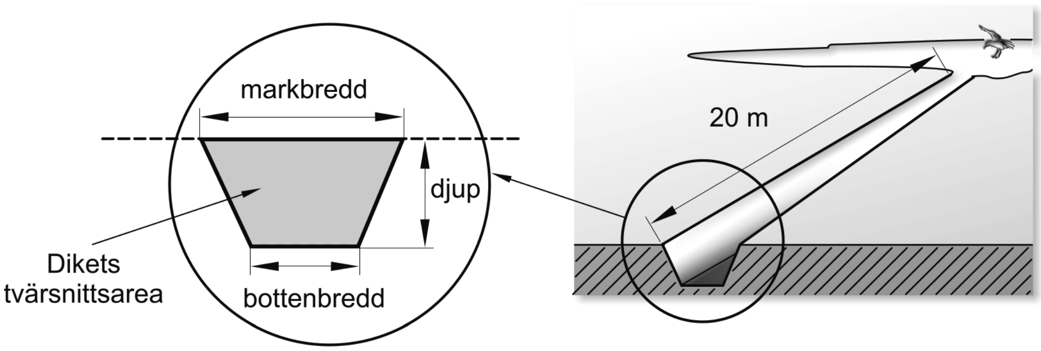
Bestäm ekvationen för linje L_2 (0/1/3)

23. Sonya och Bert ska gräva ett 20 meter långt dike längs en av tomtgränserna vid sitt hus. Jorden som de gräver upp tänker de köra till återvinningscentralen. De vet att de måste betala en avgift till återvinningscentralen om jordens volym är mer än 10 m^3.

Bert: – Undrar hur stort dike vi kan gräva utan att behöva betala avgift till återvinningscentralen?

Sonya: – Jag har läst att ett bra dike ska ha samma bottenbredd som djup. Dikets markbredd ska vara 0,5 meter längre än bottenbredden.

Bert: – Om jag ritar en skiss på tvärsnittsarean för ett sådant dike så kan vi räkna ut hur stort dike vi kan gräva utan att behöva betala avgiften.



Vilka är de största måtten ett sådant dike kan ha om diket är 20 meter långt och om Sonya och Bert vill slippa betala avgift till återvinningscentralen? (0/0/4)

Till eleven - Information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater och din lärare när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är

Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning

Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin

När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.

Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.

Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

Uppgift 1. Skärningspunkt

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

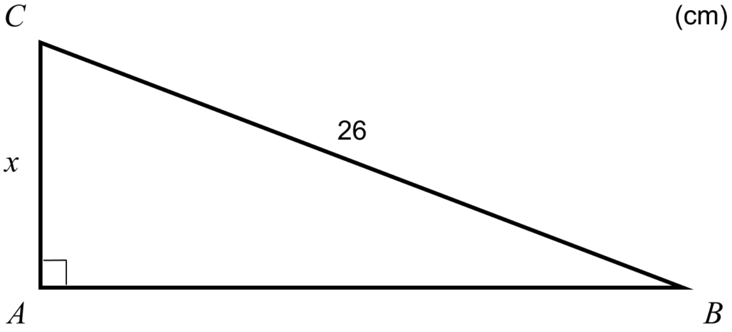
En rät linje går genom punkten $(0, 3)$ och har lutningen -5. En annan rät linje går genom punkterna $(-1, -4)$ och $(2, 5)$. Beräkna linjernas skärningspunkt.

Uppgift 2. Rätvinklig triangel

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I en rätvinklig triangel *ABC* är sidan *AB* 14 cm längre än sidan *AC*. Den längsta sidan *BC* är 26 cm.



Beräkna längderna av sidorna *AB* och *AC*.

Uppgift 3. Inkast

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Jose spelade fotboll och skulle göra ett inkast. Bollen följde en bana som kan beskrivas med funktionen

$$y = -0{,}04x^2 + 0{,}6x + 2$$

Bollens höjd över marken är y meter.
x är avståndet i meter längs marken från den plats där Jose befann sig då han kastade.

Inkast

a) Hur långt kastade Jose bollen?

b) Beräkna bollens högsta höjd över marken.

Uppgift 4. Smyckegrottan

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Smyckegrottan har rea på allt i butiken. Sarah, Wei och Amanda går dit för att fynda. De upptäcker att alla hårspännen har samma reapris. Alla armband har också ett fast reapris.

Sarah köper tre hårspännen och sex armband och betalar 178,50 kr.
Wei köper åtta hårspännen och två armband och betalar 168 kr.

Amanda tänker köpa sex hårspännen och tre armband. Hur mycket ska hon betala?

Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	E	C	A	Max
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. De delar i styrdokumenten som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankgången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Utgångspunkten i bedömningsanvisningarna är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar
Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 7b_1 och 7b_2 den första respektive andra poängen i uppgift 7.

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1				1								
	M_2												1
	M_3				1								
	M_4												1
	M_5				1								
	M_6								1				
	M_7												1
Del B	1a		1										
	1b	1											
	2		1										
	3		1										
	4a	1											
	4b	1											
	5a		1										
	5b						1						
	6					1							
	7a					1							
	7b_1									1			
	7b_2									1			
Del C	8_1		1										
	8_2		1										
	9a_1			1									
	9a_2			1									
	9b			1									
	9c				1								
	10_1		1										
	10_2		1										
	11_1						1						
	11_2						1						
	12_1					1							
	12_2								1				
	12_3												1
	13a_1								1				
	13a_2												1
	13b_1						1						
	14_1												1
	14_2												1
	14_3												1

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	15_1		1										
	15_2		1										
	16		1										
	17_1	1											
	17_2				1								
	17_3								1				
	18_1							1					
	18_2							1					
	18_3								1				
	19_1			1									
	19_2							1					
	19_3							1					
	19_4								1				
	20a		1										
	20b_1							1					
	20b_2							1					
	21a_1		1										
	21a_2								1				
	21b_1							1					
	21b_2												1
	22_1							1					
	22_2											1	
	22_3											1	
	22_4												1
	23_1											1	
	23_2											1	
	23_3											1	
	23_4												1
	Total	4	13	4	5	3	4	8	7	2	0	5	11
Σ	66	26				22				18			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2a																	
					Taluppfattning aritmetik och algebra								Geometri		Samband och förändring				Problem-lösning			
		E	C	A	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	G1	G2	F1	F2	F3	F4	P1	P2	P3	P4
Del A		3	1	3																		
Del B	1a	1							x								x					
	1b	1							x													
	2	1						x														
	3	1						x														
	4a	1							x													
	4b	1							x													
	5a	1									x											
	5b		1								x											
	6		1											x								
	7a		1														x					
	7b			2													x					
Del C	8	2									x											
	9a	2					x		x												x	
	9b	1													x						x	
	9c	1													x						x	
	10	2									x											
	11		2								x											
	12		2	1											x		x					
	13a		1	1											x	x						
	13b		1									x										
	14			3					x										x			
Del D	15	2							x													
	16	1									x											
	17	2	1														x					
	18		3							x											x	
	19	1	3				x			x											x	
	20a	1				x															x	
	20b		2												x						x	
	21a	1	1												x						x	
	21b		1	1											x						x	
	22		1	3					x										x			
	23			4			x				x				x		x				x	
Total		26	22	18																		

Kravgränser

Provet består av Del B, Del C, Del D samt en muntlig del och ger totalt 66 poäng varav 26 E-, 22 C- och 18 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 19 poäng
D: 28 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 35 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 45 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 53 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar — Del B, C och D

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart ritad rät linje	+1 E_P
b)	Korrekt svar $(m=-1)$	+1 E_B
	Kommentar: Även ett korrekt angivet *m*-värde från en ej korrekt ritad linje godtas.	
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($(x-3)\cdot(x+3)$)	+1 E_P
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($16+y^2$)	+1 E_P
4.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart svar ($y=1{,}5x$)	+1 E_B
b)	Godtagbart svar ($y=3$)	+1 E_B
5.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar ($x_1=-10$ och $x_2=10$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x=1$)	+1 C_P
6.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (A: $\Rightarrow$)	+1 C_B

7. **Max 0/1/2**

a) Korrekt svar ($a = 7$) $+1\ C_B$

b) Ett godtagbart angivet värde av $f(b)$, t.ex. $f(b) = 2$ $+1\ A_B$

med godtagbart svar ($f(b) = 2$ och $f(b) \approx 4{,}7$) $+1\ A_B$

Del C

8. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering $+1\ E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 9,\ x_2 = -1$) $+1\ E_P$

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

9. **Max 4/0/0**

a) Godtagbar bestämning av linjens *k*-värde $+1\ E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($y = 5x + 10$) $+1\ E_M$

b) Godtagbar bestämning av antal användare (310 miljoner) $+1\ E_M$

c) Godtagbar kommentar (t.ex. ”Sambandet stämmer inte längre”) $+1\ E_R$

Kommentar: Om en kommentar är baserad på bestämning av antal användare med fel tidsangivelse så kan ändå resonemangspoäng på E-nivå erhållas.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod $+1\ E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 4,\ y = -2$) $+1\ E_P$

11. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. omskrivning av ekvationen till $x^2 - 2x - 15 = 0$ $+1\ C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 5,\ x_2 = -3$) $+1\ C_P$

12. **Max 0/2/1**

Godtagbar ansats, visar grafiskt insikt om att funktionerna f och g har samma symmetrilinje och att graferna till f och g har en minimipunkt respektive en maximipunkt

eller

inser att funktionernas skärningspunkter fås om $f(x) = g(x)$ och kommer t.ex. fram till $2x^2 = b - a$ +1 C_B

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som leder till korrekta slutsatser om minst två av fallen. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till korrekta slutsatser om alla tre fallen: $a = b$, $a < b$ samt $a > b$. 1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/2/1**

a)

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang som visar insikt om att det är grafen till funktionen $y = 2^x$ som behövs för att lösa ekvationen. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som leder till slutsatsen att det är grafen till funktionen $y = 2^x$ som behövs för att lösa ekvationen och att g representerar denna. 1 C_R och 1 A_R

b) Godtagbar lösning av ekvationen med godtagbart svar i intervallet $1{,}5 \le x \le 1{,}7$ +1 C_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

14. **Max 0/0/3**

E	C	A	
		Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som visar insikt om att $m = 0$ *och* som leder till att *en* av gränserna för riktningskoefficienten k bestäms. 1 A_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som visar insikt om att $m = 0$ *och* som leder till att *båda* gränserna för riktningskoefficienten k bestäms till $1{,}94 < k < 2$ 2 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, <, >, ≤, ≤, figur med införda beteckningar termer såsom x-koordinat, y-koordinat, x-led, y-led, rät linje, lutning, riktningskoefficient, skärningspunkt och hänvisning till räta linjens ekvation etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Del D

15. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 3x - 1$) +1 E_P

16. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar ($x = 6{,}8$) +1 E_P

17. **Max 2/1/0**

Korrekt antal nollställen angivna för de tre funktionerna, f: 2 nollställen, g: 0 nollställen och h: 2 nollställen +1 E_B

Godtagbart enkelt resonemang som förklaring till hur antalet nollställen kan bestämmas med hjälp av någon egenskap hos andragradsfunktioner +1 E_R

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara f, g, h, figur (med införda beteckningar), termer såsom x-led, y-led, x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, punkt, skärningspunkt, nollställe, symmetri, symmetrilinje, andragradsfunktion, graf, kurva, parabel, maximipunkt, minimipunkt etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (”En läsk kostar 12,50 kr och en godispåse 15,25 kr”) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\{$, x, y, definierade variabler, termer som ekvation och hänvisning till substitutionsmetod, additionsmetod samt angivna enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 1/3/0**

Godtagbar ansats, tecknar ett uttryck för hagens area, t.ex. $x(52-2x)$ +1 E_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer areafunktionens symmetrilinje +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (”Sidorna ska vara 13 m och 26 m”) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $A(x)$, parenteser, figur (med införda beteckningar), termer såsom symmetri, symmetrilinje, nollställen, maximipunkt, största värde, area samt angivna enheter etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (150 000) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar antalet vildsvin efter ett år +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (26 %) +1 C_{PL}

21. **Max 1/2/1**

a) Godtagbar bestämning av $f(0)$, (378) +1 E_P

Godtagbar tolkning (”Ozonlagrets tjocklek 1:a juni”) +1 C_R

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378 = 220$ eller använder grafräknare och ritar graferna till funktionerna $y = 0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378$ och $y = 220$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Nej det blev aldrig något hål. Det blir minus under rottecknet och då saknar ekvationen lösning, ozonet når aldrig värdet 220 DU.”) +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer triangelns bas eller L_1:s skärning med x-axeln +1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer L_2:s skärning med x-axeln, (7, 0) +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = -x + 7$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, x, y, figur (med införda beteckningar), termer såsom x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, punkt, skärningspunkt, rät linje, lutning, riktningskoefficient, area, bas, höjd, hänvisning till räta linjens ekvation, area för en triangel etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för dikets tvärsnittsarea i en variabel +1 A_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. tecknar ett uttryck för volymen och sätter det lika med 10 +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar. (”Bottenbredd och höjd blir 0,59 m samt markbredd blir 1,09 m”) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $A(x)$, $V(x)$, definierade variabler, figur (med införda beteckningar), areafunktion, volymsfunktion, termer såsom, nollställen, symmetri, symmetrilinje, största värde, area, volym, hänvisning till formler för relevanta geometriska areor samt angivna enheter etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 8

Elevlösning 1 (0 poäng)

$x^2-8x-9=0$

$x=-4\pm\sqrt{16+9}$

$x=-4\pm 5$

$\boxed{\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=-9 \end{array}}$

SVAR: $x_1=1$ $x_2=-9$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 9c

Elevlösning 1 (1 E_R)

b $y=5x+10$

1 jan 2012 = 5år

$5\cdot 5+10=35$

35 enligt sambandet

c 35 är väldigt mycket mindre än 950

Mitt samband stämmer alltså inte med uppskattningen

Kommentar: Lösningen visar en kommentar som är baserad på en beräkning, (deluppgift b), av antalet användare där tiden är angiven i antalet år istället för månader. Trots att tidsangivelsen är fel så visar kommentaren i deluppgift c) på förståelse för att sambandet inte längre stämmer och lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

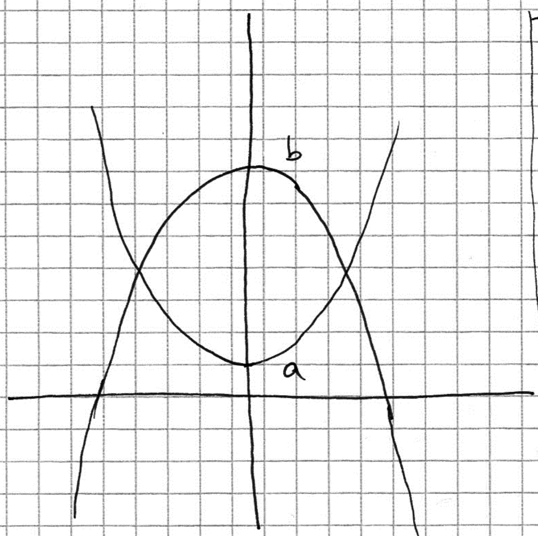
Uppgift 12

Elevlösning 1 (1 C_B)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$

Antalet skärningspunkter beror på hur konstanterna a och b väljs



Om $b > a$ är antalet skärningspunkter $= 2$

Om $b = a$ är antalet skärningspunkter $= 1$

Om $b < a$ är antalet skärningspunkter $= 0$

Kommentar: Elevlösningen visar hur graferna ser ut i fallet $b > a$. Utifrån skissen dras en korrekt slutsats. Slutsatserna i de övriga två fallen är också korrekta men resonemang, i form av skisser, saknas. Sammantaget ges elevlösningen en begreppspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

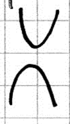
$f(x) = x^2 + a \quad g(x) = -x^2 + b$

f(x) har en minimipunkt (x^2 är positiv)

g(x) har en maximipunkt (x^2 är negativ)

om a < maximipunkt g(x) har graferna 2 skärningspunkter detsamma gäller om b > minimipunkt f(x)

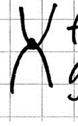
om a > maximipunkt g(x) har graferna inga skärnings-punkter. Detsamma gäller om b < minimipunkt f(x)



f(x)

g(x)

om a = maximipunkt g(x) eller om b = minimipunkt f(x) har graferna 1 skärningspunkt



f(x)

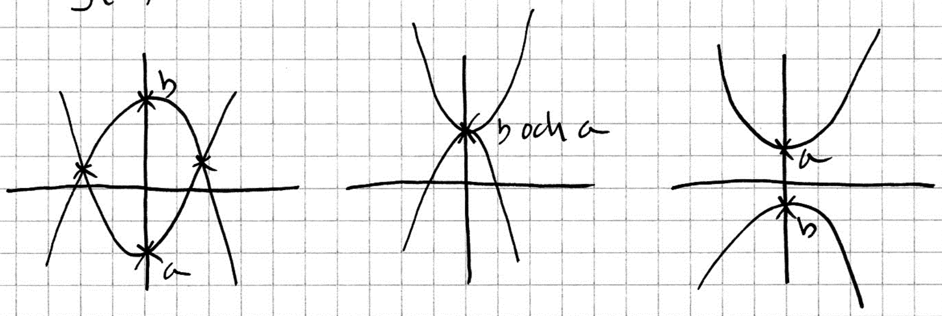
g(x)

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Lösningen visar även att grafen till *f* har en minimipunkt och att grafen till *g* har en maximipunkt. Sammantaget motsvarar lösningen samtliga möjliga poäng.

Elevlösning 3 (1 C_B, 1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = x^2 + a$

$g(x) = -x^2 + b$



Är $b > a$ finns två skärningspunkter
Är $b = a$ finns en skärningspunkt (där a och b ligger)
Är $a > b$ finns ej någon skärningspunkt.

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt skissade grafer i alla tre fallen. Av skisserna framgår att funktionerna har samma symmetrilinje i alla tre fallen samt att a är minsta värde för f och att b är största värde för g. Lösningen som helhet uppfyller kravet på var och en av de tre möjliga poängen.

Uppgift 13

Elevlösning 1 (0 poäng)

a) $3 \cdot 2^x = 9$ $\quad x = 1{,}5 \quad 2 \cdot 1{,}5 = 3$

x	y	
0	3	
1	6	$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
2	12	$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
3	18	$3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$

b) $3 \cdot 2^{1{,}5} = 9$

Kommentar: Lösningen visar på felaktig hantering av potenser som leder till ett korrekt svar. Sammantaget bedöms lösningen ge noll poäng för båda deluppgifterna.

Elevlösning 2 (1 C_R och 1 C_P)

a) $y = g(x)$ har en punkt när $x = 3$ så är $y = 8$
men då måste ekvationen se ut så här $2^3 = 8$
och om $x = 2$ så är $y = 4$ då måste $2^2 = 4$
Jag ska lösa $3 \cdot 2^x = 9$ $\quad 3 \cdot 4 = 12$ stämmer ej
$3 \cdot 3 = 9$ stämmer

b) Om grafen är 3 så är $x = 1,6$
$3 \cdot 2^x = 9$
$3 \cdot 3 = 9$ $\quad 3 \cdot 2^{1,6} = 9$ $\quad$ Svar 1,6

Kommentar: Lösningen visar insikt om att det är grafen till funktionen $g(x)$ som ska användas för att lösa ekvationen. I deluppgift b) dras indirekt slutsatsen att ”grafen” motsvarar funktionen $g(x) = 2^x$. Sammantaget bedöms lösningen ge en resonemangspoäng på C-nivå för deluppgift a) och en procedurpoäng på C-nivå för deluppgift b).

Elevlösning 3 (1 C_R, 1 A_R och 1 C_P)

f(x)

x	y
0	1
1	3
2	9

g(x)

x	y
0	1
1	2
2	4
3	8

$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$

g(x) måste vara 2^x som vi behöver

$3 \cdot 2^x = 9$
$3 \cdot 3 = 9$

b) $3 \cdot 3 = 9 \rightarrow y = g(x) = 3$ så är $x = 1,6$
$2^x = 2^{1,6} = 3$
$3 \cdot 3 = 9$
$3 \cdot 2^{1,6} = 9$ $\quad$ Svar $x = 1,6$

Kommentar: Genom värdetabeller för de båda graferna verifieras att funktionen $g(x)$ motsvaras av $g(x) = 2^x$. Vidare visar resonemanget att grafen till funktionen $g(x)$ behövs för att lösa $3 = 2^x$. Sammantaget bedöms lösningen ge full poäng för båda deluppgifterna.

Uppgift 14

Elevlösning 1 (0 poäng)

$y=2x-3$ har k-värde 2 d.v.s.
den korsar x 50 på y 97
$(-3+2\cdot 50=97)$ då får jag fram
att k-värdet måste vara större
än $k=1.94$

$$\frac{97}{50}=\frac{9.7}{5}=1,94$$

Alltså är ekvationen på L $y>1.94x$

Kommentar: Ett resonemang om varför *k*-värdet ska vara större än 1,94 saknas och därmed uppfylls inte kravet för den första resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R)

$y = 2x - 3$

$y = 2 \cdot 50 - 3$

$y = 97$

$y = kx$

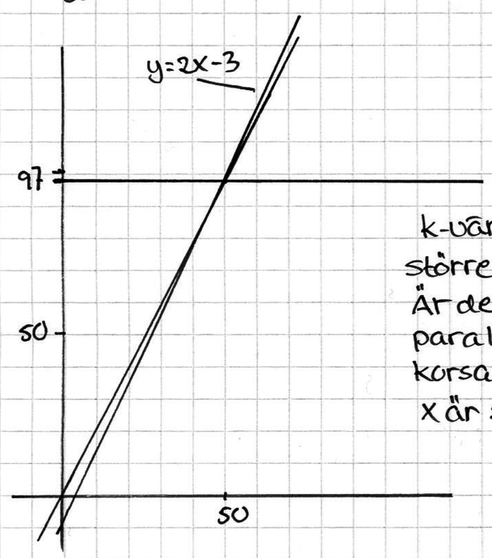
$97 = k \cdot 50$

$k = \frac{97}{50} = \frac{2 \cdot 97}{100} = \frac{194}{100} = 1{,}94$

$k = 1{,}94$

Ekvationer som är möjliga är $y = k \cdot x$

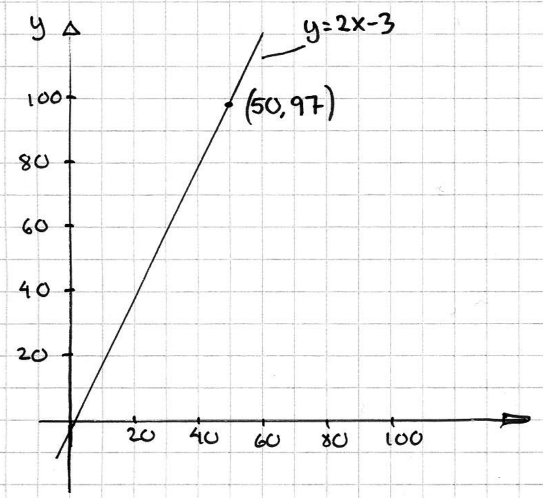
där $1.94 < x < 2$



k-värdet får inte vara
större eller samma.
Är de samma blir linjen
parallell och är den större
korsas aldrig linjerna när
x är större än 50

Kommentar: Lösningen visar beräkningar av k-värdet för linje L då linjen går genom punkten (50, 97) och tillsammans med figuren anses det motsvara ett godtagbart resonemang för att $k > 1{,}94$. I figuren visas även insikt om att $m = 0$ för linje L. Dessutom ges ett resonemang om varför $k < 2$. Lösningen är bristfällig gällande kommunikation då förklaringar genomgående saknas. Dessutom används variabeln x felaktigt istället för k i uttrycket $1{,}94 < x < 2$. Därmed uppfylls inte kravet för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget bedöms lösningen ge två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_R och 1 A_K)



Linjen L har en ekvation enligt formen
$y=kx+m$ då den är en rät linje.
$\Downarrow$
$L=kx+m$ då L går genom origo är m-värdet 0.
$L=kx+0$

Linjen L skär linjen $y=2x-3$ efter punkten (50,97)
Linjen L's k-värde måste alltså vara så stort att
L inte skär linjen innan punkten (50,97) men
mindre än 2 (y's k-värde) för annars skär de
varandra på den negativa sidan i koordinatsystemmet
$k<2$

$$k > \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{97}{50} = \frac{194}{100} = 1,94$$

De möjliga ekvationerna för L är
$L=kx+m$ där $2>k>1,94$ och $m=0$

Kommentar: Lösningen visar en tydlig figur för linjen $y = 2x - 3$ med markering av punkten (50, 97). I lösningen förklaras varför linje L har ekvationen $y = kx$ och ett korrekt intervall anges utifrån en godtagbar motivering. Trots att ett resonemang om fallet $k = 2$ saknas bedöms lösningen uppfylla kravet för båda resonemangspoängen. Lösningen är lätt att följa och förstå och det matematiska språket godtagbart trots att uttrycken ”efter punkten (50, 97)” och ”innan punkten (50, 97)” är något otydliga. Sammantaget bedöms lösningen ge två resonemangs- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 17

Elevlösning 1 (1 E_R)

Graf (F)
- Har 2 nollställen då Parabelns mittlinje och maximi punkt är ovanför origo

Graf (H)
- Har 1 nollställe då grafen ej kommer att tangera varken x eller y axeln efter det första nollstället

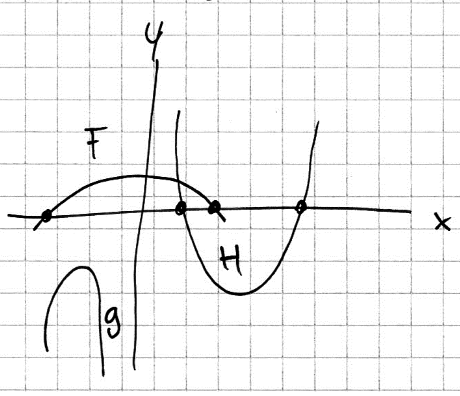
Graf (G)
- Har inget nollställe då grafens maximipunkt ej tangerar med x-axeln och grafen kommer att följa men aldrig tangera y-axeln

Kommentar: Elevlösningen visar fel antal nollställen angivna för graf *h*. Därmed uppnås inte kravet för begreppspoängen. När det gäller graferna *f* och *g* anges en egenskap hos andragradsfunktioner i och med resonemanget kring hur maximipunktens placering ovanför respektive nedanför *x*-axeln påverkar antalet nollställen. Lösningen ges därmed resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_B och 1 E_R)

F = 2 nollställen
H = 2 nollställe
g = Inga nollställen

För att f och h skär x-axeln men g skär inte x-axeln därför saknar den nollställen.



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt skissad graf som förklaring till de korrekt angivna nollställena för de tre graferna. Skissen tillsammans med ”*g* skär inte *x*-axeln därför saknar den nollställen” anses vara nätt och jämnt tillräckligt för att kravet för resonemangspoäng ska vara uppfyllt. Skissen är inte tillräcklig för att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå ska vara uppfyllda.

Elevlösning 3 (1 E_B, 1 E_R och 1 C_K)

f grafens extrempunkt är en maximipunkt som är belägen över X axeln och har därför två nollpunkter

g grafen har en maximipunkt som är belägen under X axeln och saknar därför nollställen.

h grafen har en minimipunkt som är under X axeln och har därmed två nollställen

Kommentar: Elevlösningen visar en fullständig lösning med korrekt antal nollställen angivna samt ett godtagbart resonemang som omfattar de egenskaper hos var och en av funktionerna som leder till antalet nollställen. Lösningen är möjlig att följa och förstå och trots att den felaktiga termen ”nollpunkter” används vid beskrivning av graf *f* så anses lösningen även uppfylla kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 C_M)

$$2x + 4y = 86$$
$$3x + 2y = 68$$

$$\begin{array}{rcl} 2x + 4y &=& 86 \\ -6x - 4y &=& -136 \\ \hline -4x &=& -50 \end{array}$$

$$x = 12{,}50$$

Svar: 12,50 för läsken och 15.25 för godiset

Kommentar: Lösningen visar ett godtagbart ekvationssystem men saknar beräkning av priset för en godispåse och därmed är inte lösningen godtagbar. Sammantaget ger lösningen nätt och jämnt en modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_M och 1 C_K)

Läsk = x

Godis = y

$86 = 2x + 4y$
$68 = 3x + 2y$

$3 \cdot 86 = 3(2x + 4y)$
$258 = 6x + 12y$

$2 \cdot 68 = 2(3x + 2y)$
$136 = 6x + 4y$

$136 - 4y = 6x$

$258 = 136 - 4y + 12y$
$122 = 8y$
$15{,}25 = y$

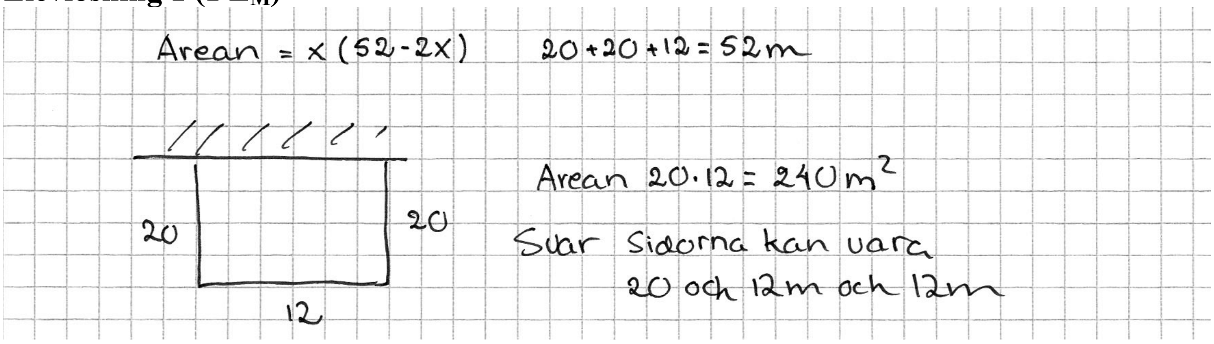
$86 = 2x + 15{,}25 \cdot 4$
$\frac{25}{2} = \frac{2x}{2}$
$12{,}5 = x$

Svar: En läsk 12,5 kr och en godis 15,25 kr

Kommentar: Lösningen visar ett godtagbart ekvationssystem, även om variabler är otydligt definierade. Uppgiften behandlas i sin helhet och är möjlig att följa och förstå trots att förklaringar till lösning av ekvationssystemet saknas. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kravet för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ger lösningen två modellerings- och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (1 E_M)



Arean $= x(52-2x)$ $20+20+12 = 52$ m

20 20

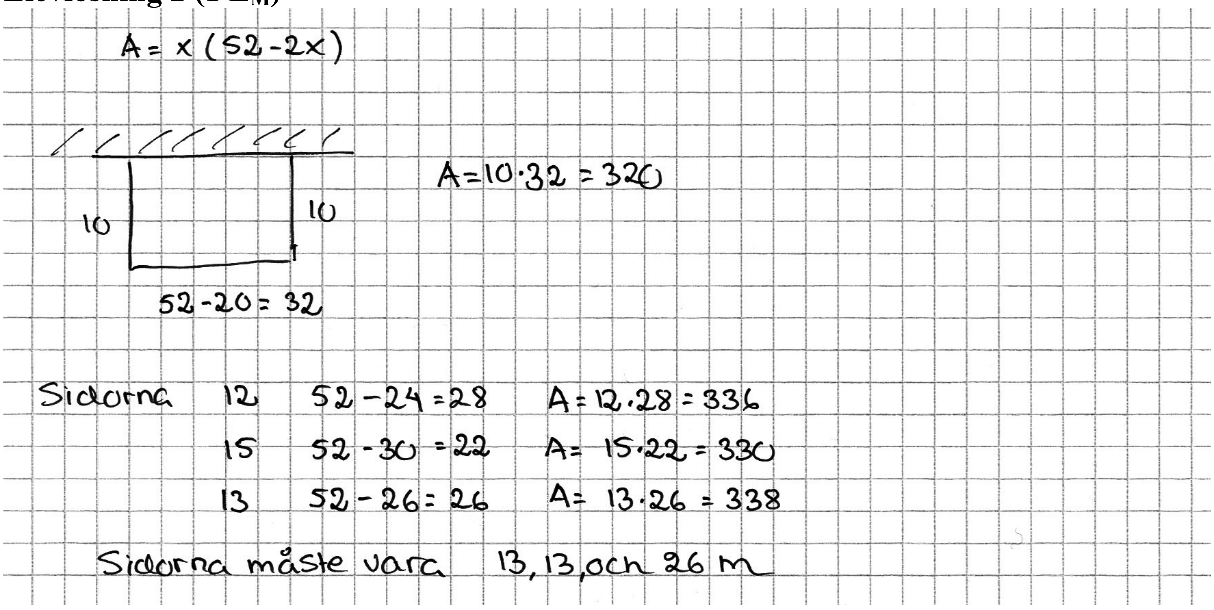
12

Arean $20 \cdot 12 = 240 \text{ m}^2$

Svar Sidorna kan vara 20 och 12m och 12m

Kommentar: I lösningen tecknas ett uttryck för hagens area och sedan bestäms hagens sidlängder genom specialfall. Sammantaget ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_M)



$A = x(52-2x)$

10 10

$52-20 = 32$

$A = 10 \cdot 32 = 320$

Sidorna	12	$52-24=28$	$A=12 \cdot 28=336$
	15	$52-30=22$	$A=15 \cdot 22=330$
	13	$52-26=26$	$A=13 \cdot 26=338$

Sidorna måste vara 13, 13, och 26 m

Kommentar: Lösningen visar bestämning av hagens sidlängder genom prövning. Metoden ger ingen verifiering av vilka sidlängder som ger maximal area. Sammantaget ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_M och 2 C_M)

$A = x\,(52 - 2x)$

$x\,(52 - 2x) = 0$

$x = 0 \quad x = 26$ Alltså ligger symmetrilinjen där $x = 13$

$52 - 26 = 26$

Svar 13m och 26m

Kommentar: Lösningen visar bestämning av sidlängderna i hagen. Dock saknas förklaringar av varför nollställena bestäms och att det är symmetrilinjens värde som används vid bestämning av maximal area. Sammantaget bedöms lösningen ge en modelleringspoäng på E-nivå samt nätt och jämnt två modelleringspoäng på C-nivå.

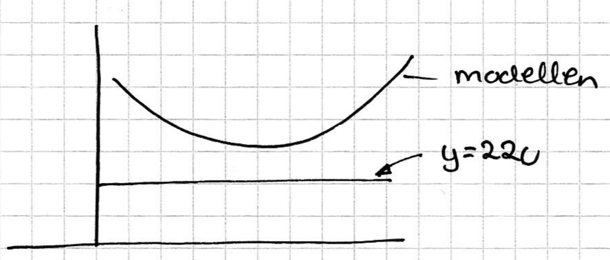
Uppgift 21b

Elevlösning 1 (1 C_{PL} och 1 A_R)

Använder räknaren och ritar in

$y = 220$

$y = 0.0052x^2 - 1.4x + 378$



Eftersom modellen aldrig får några värden som ligger på 220 DU eller lägre så blev det aldrig något hål över Norrköping

Kommentar: Lösningen visar en figur där grafen för modellen jämförs med linjen för 220 DU. Med hänvisning till figuren dras slutsatsen att då modellen aldrig når värdet 220 DU så bildas inget ozonhål över Norrköping. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 C_{PL} och 1 A_R)

$y = 0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378$

$0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 378 = 220$

$0{,}0052x^2 - 1{,}4x + 158 = 0$

$x^2 - 269x + 30385 = 0$

$x = 134{,}5 \pm \sqrt{134{,}5^2 - 30385}$

$x = 134{,}5 \pm \sqrt{-12295}$ går inte

Det verkar inte gå att lösa. Alltså så finns det inga x-värden som blir 220 DU. Då finns det inte heller något hål över N-köping

Kommentar: Lösningen visar en algebraisk lösning. Med hänvisning till att ekvationen saknar lösning så dras indirekt slutsatsen att det inte finns någon tidpunkt som motsvarar 220 DU. Alltså bildas det inte heller något ozonhål. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på C-nivå och en resonemangspoäng på A-nivå.

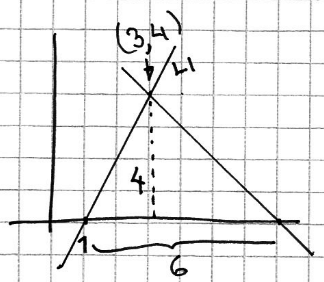
Uppgift 22

Elevlösning 1 (1 C_{PL}, 2 A_{PL} och 1 A_K)

Triangelns area $A = \frac{b \cdot h}{2} = 12$

Punkten $(\overset{x}{3},\overset{y}{4})$; höjden är y-koord $h = 4$

$12 = \frac{b \cdot 4}{2}$; $b = \frac{24}{4} = 6$; basen är 6



Skärningen med x-axeln för L_1

$L_1 = 2x - 2 \quad 0 = 2x - 2 \Rightarrow x = 1$

Skärningen med x-axeln för L_2

$1 + 6 = 7$ alltså $x = 7$

Linje L_2 går igenom punkterna $(7,0)$ och $(3,4)$

$y = kx + m \quad k = \frac{4-0}{3-7} = \frac{4}{-4} = -1$

$4 = -1 \cdot 3 + m \quad m = 7$

Svar $y = -1 \cdot x + 7 \Rightarrow y = -x + 7$

Kommentar: Lösningen visar bestämning av skärningspunkten mellan L_2 och x-axeln samt korrekt bestämning av L_2:s ekvation. Lösningen kommuniceras genom att hänvisa till figur och använda symboler och termer såsom koordinatbeteckningar, $y = kx + m$ och en acceptabel förklaring över hur skärningspunkten mellan L_1 och x-axeln beräknas. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng inklusive kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (3 A_M)

$$\frac{x(x+0,5+x)}{2}$$

$$\frac{x^2+0,5x+x^2}{2}$$

$$10=\frac{2x^2+0,5x}{2}\cdot 20$$

$$10=(x^2+0,25x)\cdot 20$$

$$20x^2+5x=10$$

$$\frac{20x^2+5x-10=0}{20}$$

$$x^2+0,25x-0,5=0$$

$$x=-\frac{0,25}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0,25}{2}\right)^2+0,5}$$

$$x=-0,125\pm\sqrt{0,5156}$$

$$x=-0,125\pm 0,718$$

$$x=0,593$$

Svar: $0,593=x$

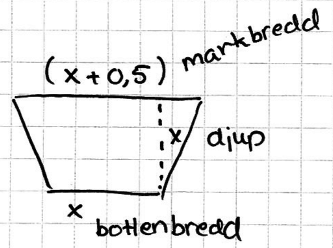
Markbredd $=1,093$ m

Bottenbredd $=0,593$ m

Djup $=0,593$ m

Kommentar: Lösningen omfattar hela problemet och är godtagbar. Variabeln *x* är inte definierad och avsaknaden av figur och förklaringar gör lösningen svår att följa. Sammantaget ges lösningen nätt och jämnt tre modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (3 A_M och 1 A_K)



$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$

$$A = \frac{x(x+x+0{,}5)}{2}$$

$$A = \frac{2x^2+0{,}5x}{2}$$

$$A \cdot 20\text{m} = 10\text{m}^3$$

$$A = (x^2+0{,}25x)\,\text{m}^2$$

$$20(x^2+0{,}25x) = 10$$

$$20x^2+5x \overset{-10}{} = 10 \overset{-10}{}$$

$$\frac{20x^2+5x-10}{20} = 0$$

$$x^2+0{,}25x-0{,}5 = 0$$

$$x = \frac{-0{,}25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0{,}25}{2}\right)^2+0{,}5}$$

$$x = -0{,}125 \pm \sqrt{0{,}515625}$$

$$x = -0{,}125 \pm 0{,}71807033308$$

$$x_1 = 0{,}59307033308 \approx 0{,}59$$

Enda x som fungerar

$$x_2 = -0{,}84307033308 \approx (-0{,}84)$$

Svar Dikets bottenbred kan som mest vara 0,59 m, djupet 0,59 m och markbredden 1,09 m om diket ska vara 20 m långt och ha en volym som är mindre än 10 m3

Kommentar: Lösningen är välstrukturerad med en tydlig figur och definierade variabler. Trots att det inte förklaras explicit att $A \cdot 20\text{m} = 10\text{m}^3$ motsvarar dikets volym så bedöms lösningen ge samtliga modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2a

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T1 Metoder för beräkningar vid budgetering.
T2 Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
T3 Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnena.
T4 Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
T5 Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
T6 Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
T8 Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.

Geometri

G1 Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
G2 Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

Samband och förändring

F1 Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
F2 Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, utan och med digitala verktyg.
F4 Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P2 Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Bedömningsformulär

Elev:____________________________ Klass:________________ Provbetyg: _____________

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
Del B	1a												
	1b												
	2												
	3												
	4a												
	4b												
	5a												
	5b												
	6												
	7a												
	7b_1												
	7b_2												
Del C	8_1												
	8_2												
	9a_1												
	9a_2												
	9b												
	9c												
	10_1												
	10_2												
	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	13a_1												
	13a_2												
	13b_1												
	14_1												
	14_2												
	14_3												

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del D	15_1												
	15_2												
	16												
	17_1												
	17_2												
	17_3												
	18_1												
	18_2												
	18_3												
	19_1												
	19_2												
	19_3												
	19_4												
	20a_1												
	20b_1												
	20b_2												
	21a_1												
	21a_2												
	21b_1												
	21b_2												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	22_4												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	23_4												
	Total												
Σ													
	Total	4	13	4	5	3	4	8	7	2	0	5	11
Σ	66	26				22				18			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation