Kursprov, höstterminen 2012

Matematik

Bedömningsanvisningar

för samtliga skriftliga provdelar

1a

Skolverket

Bedömning

Det här häftet innehåller bedömningsanvisningar för samtliga skriftliga provdelar.

Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg. Elevernas lösningar ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna.

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa förmågepoäng, E-, C- och A-poäng som märkts med den förmåga som främst kan visas. Uppgiftens innehåll och elevarbetenas kvalitet har bedömts utifrån ämnesplanen och kunskapskraven. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med kvalitativa förmågepoäng.

I provhäftena visas endast nivån på poängen. Till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften kan ge högst 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng.

I bedömningsanvisningarna anges vad som krävs för varje poäng. Poängen anges med både nivån och med den förmåga som främst kan visas. Till exempel innebär $+E_P$ en poäng som svarar mot kunskapskravet för betyget E för procedurförmågan och $+A_R$ en poäng som svarar mot kunskapskravet för betyget A för resonemangsförmågan. I några av uppgifterna har vi ansett det lämpligt att ange bedömningsanvisningarna i matrisform då progressionen i förmågorna då framgår tydligare.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, finns exempel på godtagbara svar i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

För uppgifter där redovisning fordras finns exempel på godtagbara svar och bedömningsanvisningar för delpoäng. För full poäng krävs redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Godtagbar metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet, t.ex. räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng.

I slutet av dessa bedömningsanvisningar, sid. 24, finns en provsammanställning som visar vilket centralt innehåll som respektive uppgift prövar. På sid. 25 finns även en provprofil där samtliga kvalitativa förmågepoäng finns markerade. Denna profil ger en bild över elevens förmågespridning på provet och kan därför ge stöd vid betygssättningen. Den kan även användas för att ge återkoppling av provresultatet till eleven.

Dokument med provkonstruktörernas uppdelning och numrering av kunskapskrav och centralt innehåll finns på www.prim-gruppen.se.

Mer information om bedömningen av förmågor finns i det gröna häftet med lärarinformation.

Bedömningsanvisningar Del C

Uppgift 14, bedömningsmatris, (3/4/5)

FÖRMÅGOR	E	C	A
Begrepp			
Procedurer	Eleven bestämmer radien/diametern på cirkeln i figur 1. $+E_P$	Eleven bestämmer diagonalen/största radien, t.ex. genom mätning i skalenlig figur. $+C_P$	Eleven bestämmer diagonalen/största radien på ett effektivt sätt, t.ex. genom att använda Pythagoras sats. $+A_P$
Problemlösning	Eleven bestämmer längden av någon myrpromenad korrekt. $+E_{PL}$ Eleven visar, t.ex. genom beräkningar, att myrans väg i figur 1 och figur 2 är lika lång. $+E_{PL}$	Eleven visar att det finns en begränsning för största radien, t.ex. genom beräkningar, beskrivningar eller bilder. $+C_{PL}$	Eleven använder en generell metod för att: visa att promenadvägen alltid är lika lång *eller* bestämma den största radien. $+A_{PL}$
Matematiska modeller			
Matematiska resonemang		Eleven ger en rimlig *kommentar* till varför promenaden alltid är lika lång *eller* visar att promenaden är lika lång även för ett eget valt värde *eller* påbörjar en algebraisk lösning. $+C_R$	Eleven för ett utförligt resonemang kring att promenaden alltid är lika lång genom att: hänvisa till att det råder proportionalitet mellan diameter och omkrets *eller* göra detta troligt med flera egna valda värden *eller* visa detta algebraiskt. $+A_R$ Eleven för ett välgrundat resonemang kring radiens begränsningar såväl övre som nedre gräns. $+A_R$
Kommunikation		Elevens redovisning är klar och tydlig och omfattar minst tre deluppgifter. Det matematiska språket är lämpligt. $+C_K$	Eleven gör en välstrukturerad lösning samt använder matematiska symboler med god anpassning till syfte och situation. $+A_K$

Bedömda elevarbeten Del C

Bedömda elevarbeten till uppgift 14

Elevarbete 1

I. $12 \cdot 3{,}14 = 37{,}68$

Svar Myran har gått 37,68 cm

II $\frac{16 \cdot 3{,}14}{2} = 25{,}12$ $\frac{8 \cdot 3{,}14}{2} = 12{,}56$

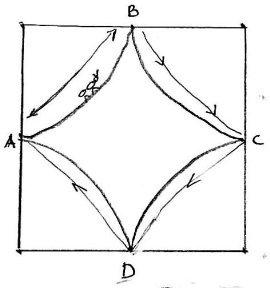
$25{,}12 + 12{,}56 = 37{,}68$

Svar: Den har gått 37,68 cm

Bedömning

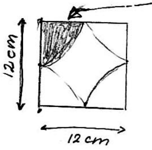
Förmågor	E	C	A	Poäng	Motivering
Begrepp					
Procedur	X			1/0/0	
Problemlösning	X X			2/0/0	
Modeller					
Resonemang					
Kommunikation					
Summa				3/0/0	

Elevarbete 2

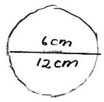


A → B → C → D

Svar: 37,68 cm har myran gått.



En sådan här "bit" av kvadraten är lika stor som en fjärdedel av en cirkel. Så det enda jag behöver göra är att räkna ut alla "bitar" tillsammans och sedan dividera det med fyra.

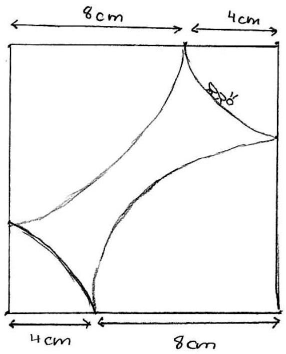


6 är radien och 12 är diametern

Omkrets: $2\pi r = \pi \cdot d = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6 = 3{,}14 \cdot 12 = 37{,}68$

Omkretsen är 37,68 cm, den sträckan som myran går, myrans promenad med andra ord.

Myrans promenad blir alltid lika lång $\pi \cdot 12 =$ $= 3{,}14 \cdot 12 = 37{,}68$. Om inte kvadraten har andra mått, annars är det ganska självklart att den blir kortare eller längre.



Det är ganska enkelt att se hur figur 1 och figur 2 hänger ihop. Båda är kvadrater med 12 cm på varje sida.
Det enda som skiljer dem åt är att cirkelbågarna är olika långa, men ger samma svar.
Promenaden blir alltid $\pi \cdot 12 = 37{,}68$ cm

Bedömning

Förmågor	E	C	A	Poäng	Motivering
Begrepp					
Procedur	X			1/0/0	
Problemlösning	X			1/0/0	Eleven påstår att promenaden är lika lång men visar det inte.
Modeller					
Resonemang		X		0/1/0	Eleven kommenterar att promenaden är lika lång eftersom sidan är 12 cm.
Kommunikation					
Summa				2/1/0	

Elevarbete 3

a) $12 \cdot \pi \approx 37{,}68$ Myran går 37,68 cm

b) Lilla cirkeln: $4 + 4 = 8$ $4\pi \approx 12{,}56$

Stora cirkeln $8 + 8 = 16$ $8\pi \approx 25{,}12$

Myran går: $12{,}56 + 25{,}12 = 37{,}68$ cm

c) Här testar jag radierna 2 och 10 cm.

$2 \cdot \pi \approx 6{,}28$

$10\pi \approx 31{,}40$

Myran går $6{,}28 + 31{,}40 = 37{,}68$ cm

Här testar jag radierna 5 och 7 cm

$5 \cdot \pi \approx 15{,}70$

$7 \cdot \pi \approx 21{,}98$

Myran går $15{,}70 + 21{,}98 = 37{,}68$ cm

Efter 4 olika tester och resultatet blir samma så är det ganska bevisat att myrans promenad alltid blir lika lång.

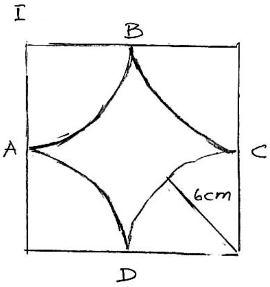
d) Radierna $9+3$, $8+4$, $7+5$, $6+6$ fungerar.

Bedömning

Förmågor	E	C	A	Poäng	Motivering
Begrepp					
Procedur	X			1/0/0	
Problemlösning	X X			2/0/0	
Modeller					
Resonemang		X	X	0/1/1	
Kommunikation					Elevens redovisning av t.ex. radie och omkrets är knapphändig.
Summa				3/1/1	

Elevarbete 4

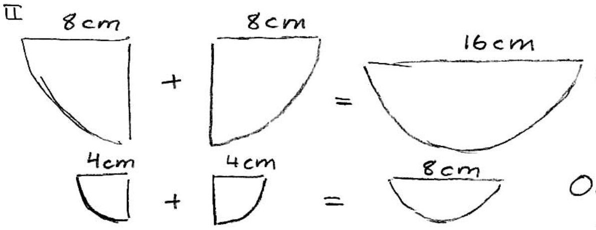
I



Då diametern är 12 cm måste radien vara $12/2 = 6$ cm.
Omkretsen på cirkeln inom kvadraten blir då $2 \cdot \pi \cdot 6 = 37,7$ cm

Svar: Myran går 37,7 cm

II



Omkrets $= \pi \cdot 16 = 50{,}26$ cm

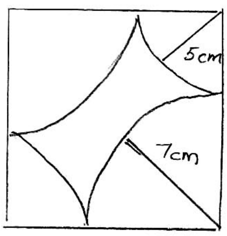
$\frac{50,3}{2} = 25,15$ cm

Omkrets $= \pi \cdot 8 = 25,13$ cm

$25,13/2 = 12,56$

$25,13 + 12,56 = 37,69 \approx 37,7$ cm

III Eftersom sidan på kvadraten alltid är 12 cm förblir omkretsen på cirkeln eller cirklarna inom kvadraten alltid densamma.



$5+5=10$

Omkrets $= \pi \cdot 10 = 31,41$

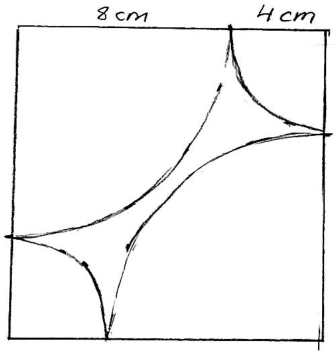
$\frac{31,41}{2} = 15,7$ cm

$7+7=14$ Omkrets: $\pi \cdot 14 \approx 44$

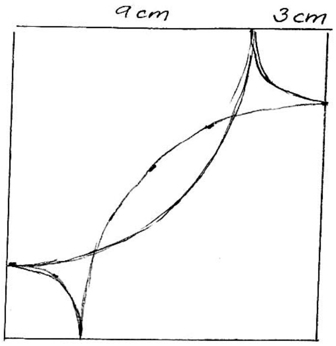
$44/2 \approx 22$

Total omkrets $= 15,7 + 22 = 37,7$ cm

Omkretsen, det vill säga, myrans väg, blir densamma vilken radie du än väljer.



8 cm går att ha som radie
då de inte korsar varandra.



9cm går dock inte att ha som radie då vägarna korsar varandra. Där för går 8 cm att ha som längsta radie.
I och med det kan man ha måtten på radierna:
8+4 cm 7+5 cm 6+6 cm

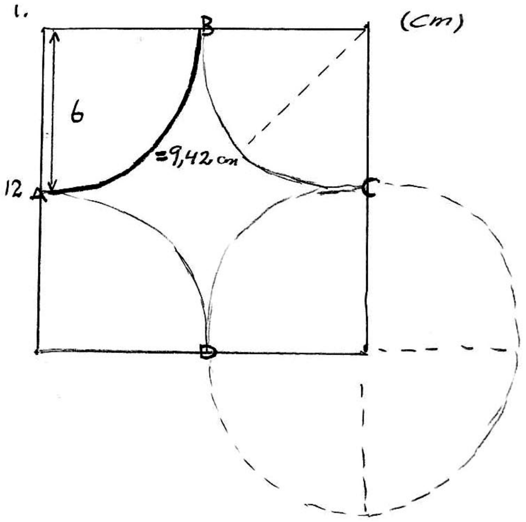
Kommentar: De två sista figurerna var i elevarbetet ritat i skala 1:1.

Bedömning

Förmågor	**E**	**C**	**A**	**Poäng**	**Motivering**
Begrepp					
Procedur	X			1/0/0	
Problemlösning	X X	X		2/1/0	
Modeller					
Resonemang		X		0/1/0	Elevens resonemang kring radiens begränsning är inte utförligt.
Kommunikation		X		0/1/0	
Summa				3/3/0	

Elevarbete 5

1.



Omkrets för hela cirkeln =

$2 \cdot \pi \cdot 6 = 37,68$ cm

$37,68/4 = 9,42$ cm

Svar: $9,42 \cdot 4 = 37,68 \text{ cm} \approx 38 \text{ cm}$

2. 2 stora cirkel bågar (cirklars 1/4 omkrets) $= 2 \cdot \left(\frac{2\pi 8}{4}\right) =$

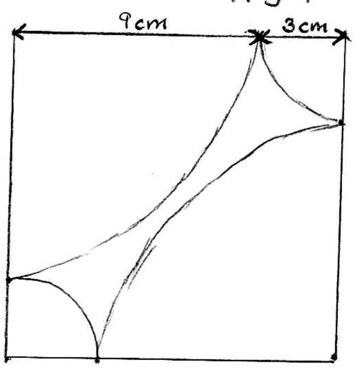
$2 \cdot \left(\frac{50,24}{4}\right) = 2 \cdot 12,56 = 25,12$ cm

2 små cirkelbågar $= 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 4}{4}\right) = 2 \cdot \left(\frac{25,12}{4}\right) = 2 \cdot 6,2 = 12,56$ cm

$25,12 \text{ cm} + 12,56 \text{ cm} = 37,68 \text{ cm} \approx 38 \text{ cm}$.

vilket är lika lång sträcka som den första.

3. Det är fortfarande samma längd på kvadraten (12cm) även fast cirklarnas (1/4) radie kan variera, men summan av de två cirkelbågarna på varje 12 cm sida ska bli 12cm. T.ex 6+6 eller 4+8 som i de här uppgifterna.



(test) $9 + 3 = 12$

cirkel båge (liten) omkrets:

$2\pi \cdot 3 = 18,84$ cm $\quad \frac{18,84}{4} = 4,71$ cm

Cirkel båge (stor) omkrets:

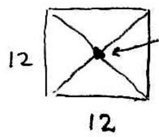
$2 \cdot \pi \cdot 9 = 56,52$ cm $\quad \frac{56,52}{4} = 14,13$ cm

$\boxed{\text{Hela vägen}} = (2 \cdot 4,71) + (2 \cdot 14,13) =$

$= 37,68 \approx 38$ cm

Så länge sträckan på 12 sidorna alltid blir 12 så fungerar det eftersom om den ena cirkelbågens radie ökar så minskar den andras.
På första exemplet blir vägen lika lång på varje cirkelbåge (sida) eftersom de hade samma radie.
Men på det andra exemplet blev två sträckor (cirkelbågar) lite längre och två lite kortare.
$x+y=12$ där både x och y är cirkelbågens radie.

4.



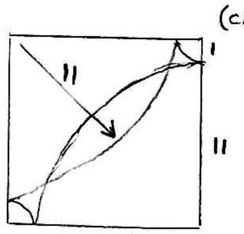
gränsen innan de korsar varandra

$12^2+12^2=x^2$

$288=x^2$

$x=16,97\approx 17$ $\frac{17}{2}=8,5$ cm

(cm)



korsning

Max gräns = 8,5 cm $x\leq 8,5$ cm

Bedömning

Förmågor	E	C	A	Poäng	Motivering
Begrepp					
Procedur	X	X	X	1/1/1	
Problemlösning	X X	X	X	2/1/1	Eleven bestämmer den största möjliga radien.
Modeller					
Resonemang		X		0/1/0	Eleven för ett resonemang kring radierna på cirklarna men tydliggör inte sambandet mellan radie och omkrets.
Kommunikation		X		0/1/0	
Summa				3/4/2	

Elevarbete 6

1. Omkrets : $2 \cdot \pi \cdot r$ Radien i cirkeln är 6cm (fig 1)

$2 \cdot \pi \cdot 6 = 37,699 \ldots$

eftersom myran går från A - B - C - D - A kan man säga att den går runt hela cirkeln

$= 37,699$ cm ≈ 38 cm

II Radier för de små cirklarna är 4 ger:

$2 \cdot \pi \cdot 4 = 25,132741$ vi delar detta i två eftersom två delar endast ger en halvcirkel

$= 12,566$ cm

Radien för de stora cirklarna är 8 cm ger

$2 \cdot \pi \cdot 8 = 50,26548246$ & delat i två eftersom det är en halv cirkel

$25,1327 + 12,566 = 37,699 \approx 38$ cm

III Vägen kommer alltid bli lika lång eftersom om man ökar sträckan (radien) på den ena kommer nästa kvartcirkel att vara lika mycket mindre. Vilket resulterar i att det alltid blir samma sträcka! (Radierna tillsammans blir alltid 12)

$x + y = 12$

Detta kan bevisas genom att vi utgår från att den totala omkretsen av den uppdelade cirkeln

Alltså $37,69911184 = 2\pi r$

$$\frac{37,69911184}{2\pi} = 6 = \text{radien} \qquad \frac{O}{2\pi} = 6$$

vilket stämmer. Halva kvadratens sida är alltid sex & 12 av hela sidan. Alltså utgår det alltid från samma siffror.

IV Vi kan räkna ut hur lång diagonalen i fyrkanten är : $12^2 + 12^2 = 288$ $\sqrt{288} = \boxed{16,97}$

Det betyder att  cirkelbågen endast får nå till nästan mitten av diagonalen för att inte krocka ger : $\frac{16,97}{2} = 8,485281374$

Eftersom det är samma radie överallt i cirkeln är detta längden på hur långt in i kvadraten den kommer att gå. Om båda halvcirklarna går till mitten skulle det ju endå bli en krock. Så radien får endast vara 8,485281373 (det går ju så klart att göra den lite större men jag tror inte att det är vad uppgiften handlar om)

Alltså är max radien det och 12 - 8,4 ... = 3,514718627 ger den minsta radien man kan ha.

Där emellan går alla bra! Radierna måste bara bli gemensamt 12.

Bedömning

Förmågor	E	C	A	Poäng	Motivering
Begrepp					
Procedur	X	X	X	1/1/1	
Problemlösning	X X	X	X	2/1/1	
Modeller					
Resonemang		X	 X	0/1/1	Eleven för inget generellt resonemang kring promenadens längd utan resonerar runt radierna.
Kommunikation		X		0/1/0	
Summa				3/4/3	

Elevarbete 7

Myrans promenad

1. Cirkelns omkrets $2\pi r$ $\frac{12}{2}=6$

$\frac{2\cdot\pi\cdot 6}{4} \approx 9{,}42$ ($\frac{1}{4}$ cirkel)

$9{,}42\cdot 4 \approx 37{,}7$

$\Big\}$ $2\cdot\pi\cdot 6 = \pi\cdot 12$

Svar: Myran har då gått 37,7 cm

2. Stora cirkelbågen

$\frac{2\cdot\pi\cdot 8}{4} \approx 12{,}57$

$12{,}57\cdot 2 \approx 25{,}13$

$\Big\}$ $\frac{2\cdot\pi\cdot 8}{2}$

Lilla cirkelbågen

$\frac{2\cdot\pi\cdot 4}{4} \approx 6{,}28$

$6{,}28\cdot 2 \approx 12{,}57$

$\Big\}$ $\frac{2\cdot\pi\cdot 4}{2}$

$25{,}13 + 12{,}57 \approx 37{,}7$

Svar: $\frac{2\cdot\pi\cdot 8}{2} + \frac{2\cdot\pi\cdot 4}{2} = 2\cdot\pi\cdot 6 = \pi\cdot 12 \approx 37{,}7$ cm

3. Varje cirkelbåge är $\frac{1}{4}$ cirkel. Går myran en lång cirkelbåge så måste det komma en kortare cirkelbåge för att den ska få plats i kvadraten.

$$\frac{2\pi x}{4} + \frac{2\pi x}{4} + \frac{2\pi(12-x)}{4} + \frac{2\pi(12-x)}{4} =$$

$$= \frac{2\pi x}{2} + \frac{2\pi(12-x)}{2} = \pi x + \pi(12-x) = \pi\cdot 12$$

4. Cirkelbågen får inte gå över halva diagonalen. Därför måste man ta reda på hur lång den är genom att använda Pythagoras sats. $a^2+b^2=c^2$

$12^2 + 12^2 = c^2$

$\sqrt{288} = \sqrt{c^2}$

$16{,}97 \approx c$

Det ger oss att halva diagonalen är ≈ 8,49 cm

För att cirkelbågarnas väg inte ska möta varandra kan inte radien vara mer än 8,49 cm och inte mindre än 3,51 cm

Svar: $3{,}51 < r < 8{,}49$

Bedömning

Förmågor	**E**	**C**	**A**	**Poäng**	**Motivering**
Begrepp					
Procedur	X	X	X	1/1/1	
Problemlösning	X X	X	X	2/1/1	
Modeller					
Resonemang		X	X X	0/1/2	
Kommunikation		X	X	0/1/1	
Summa				3/4/5	

Kravgränser

Maxpoäng
Detta prov kan ge maximalt 85 poäng fördelade på 33 E-poäng, 35 C-poäng och 17 A-poäng.

Provbetyget E
För att få provbetyget E ska eleven ha erhållit minst 21 poäng.

Provbetyget D
För att få provbetyget D ska eleven ha erhållit minst 34 poäng varav minst 10 poäng på lägst nivå C.

Provbetyget C
För att få provbetyget C ska eleven ha erhållit minst 44 poäng varav minst 18 poäng på lägst nivå C.

Provbetyget B
För att få provbetyget B ska eleven ha erhållit minst 55 poäng varav minst 5 poäng på nivå A.

Provbetyget A
För att få provbetyget A ska eleven ha erhållit minst 65 poäng varav minst 9 poäng på nivå A.

	Provbetyg E	**Provbetyg D**	**Provbetyg C**	**Provbetyg B**	**Provbetyg A**
Totalpoäng	Minst 21 poäng	Minst 34 poäng	Minst 44 poäng	Minst 55 poäng	Minst 65 poäng
Nivåkrav		Minst 10 poäng på lägst nivå C	Minst 18 poäng på lägst nivå C	Minst 5 poäng på nivå A	Minst 9 poäng på nivå A